UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y EL ESPACIO
FACULTAD DE INFORMÁTICA CULIACÁN
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

TESIS:

ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN DE LOS DATOS GEODÉSICOS EN EL CÁLCULO DE SISTEMAS DE ALTURAS: CASO PARTICULAR, MÉXICO.

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

PRESENTA:
ANA ISELA VIDAL VEGA

DIRECTORES DE TESIS:
DR. MANUEL EDWIGES TREJO SOTO
DR. ROSENDO ROMERO ANDRADE

ASESORES EXTERNOS:
DRA. CLAUDIA NOEMÍ TOCHO
DR. GABRIEL DO NASCIMENTO GUIMARÃES
DR. RAMÓN VICTORINO GARCÍA LÓPEZ

CULIACÁN, SINALOA, MAYO DE 2025

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

U N I V E R S I D A D A U T Ó N O M A D E S I N A L O A

Dirección General de Bibliotecas
Ciudad Universitaria
Av. de las Américas y Blvd. Universitarios
C. P. 80010 Culiacán, Sinaloa, México.
Tel. (667) 713 78 32 y 712 50 57
dgbuas@uas.edu.mx

UAS-Dirección General de Bibliotecas

Repositorio Institucional Buelna

Restricciones de uso

Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de esta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial Compartir Igual, 4.0 Internacional



DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD Y ANTIPLAGIO

A través de la presente Yo**: ANA ISELA VIDAL VEGA**, con número de cuenta: **011610-40** y alumno del Programa **de Doctorado en Ciencias de la Información**, con sede en la Facultad de Informática Culiacán y Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio de la Universidad Autónoma de Sinaloa.

DECLARO QUE:

El trabajo de tesis que presento para su defensa y el cual se titula: **"ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN DE LOS DATOS GEODÉSICOS EN EL CÁLCULO DE SISTEMAS DE ALTURAS: CASO PARTICULAR, MÉXICO"**

1.- Es el resultado de un trabajo personal y constituye un documento original e inédito.

2.- Los documentos, artículos, informes, etc. Utilizados para la realización del trabajo están referenciados de forma clara, tanto en el texto principal como en el apartado de bibliografía de la presente tesis.

3.- Que las citas de las obras que aparecen reflejadas de forma literal y entre comillas, presentan clara especificación de la fuente (autor, año) de la que ha sido extraídas.

4.- Tengo conocimiento que no puedo asumir como propio el trabajo de tesis de otra persona, la copia de frases, párrafos e ideas de otro trabajo sin citar autoría, o cualquier otra acción de similares características conlleva a la realización fraudulenta del manuscrito de tesis y podrá implicar la suspensión del examen de grado en tanto no se corrija o bien la suspensión definitiva, esto acorde con el nivel en que se pudiese incurrir.

5.- Soy consciente de que pretender ser el autor de un trabajo, en parte o en su totalidad, escrito por otra persona constituye un delito con base en los artículos 424 y 427 del código penal federal, título vigesimosexto de los delitos en materia de derechos de autor en la República Mexicana.

Culiacán, Sinaloa a 12 de mayo de 2025

Vidal Vega Ana Isela

Ana Isela Vidal Vega
Nombre y Firma del alumno

Agradecimientos

A Dios, por guiarme en mi camino, darme salud y sabiduría para continuar con mis metas trazadas.

A mi familia, por estar presentes y al pendiente de mi en todo momento.

A mis directores de tesis Dr. Manuel Edwiges Trejo Soto y Dr. Rosendo Romero Andrade, por sus enseñanzas, tiempo, paciencia y apoyo para la realización satisfactoria de este trabajo.

Al Dr. Wenceslao Plata Rocha, a la Dra. Xóchitl Guadalupe Torres Carrillo y al Dr. Guadalupe Esteban Vázquez Becerra, parte de mi comité tutorial, por sus sugerencias y comentarios, fundamentales para mejorar la investigación realizada.

A la Dra. Claudia Noemí Tocho y Agustín Gómez, por compartir su tiempo y conocimientos durante mi estancia en la Universidad Nacional de La Plata (Argentina).

A la Dra. Claudia Noemi Tocho, al Dr. Gabriel Do Nascimento Guimarães y al Dr. Ramón Victorino García López, por sus valiosas observaciones en la revisión de este documento de tesis.

A los profesores e investigadores del Programa de Posgrado en Ciencias de la Información, por su orientación durante el desarrollo de mi formación profesional.

A mis compañeros de posgrado, especialmente a mis compañeros de cubículo: Naccieli, Manuel y Karan, por las experiencias compartidas, su apoyo y amistad.

A la Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio y a la Facultad de Informática Culiacán, que ofertan el Programa de Posgrado en Ciencias de la Información, y a sus directores: MC Aníbal Israel Arana Medina y al Dr. Roberto Bernal Guadiana, así como personal administrativo por su atención y gestión de los apoyos requeridos.

A la Universidad Autónoma de Sinaloa, por abrir sus puertas y permitir prepararme académica y profesionalmente.

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) por el apoyo otorgado, fundamental en el logro de mi meta profesional.

A la Asociación Universitaria Iberoamericana de Postgrado (AUIP), por el apoyo otorgado para realizar mi movilidad académica.

Resumen

Uno de los desafíos actuales en el área de la Geodesia, es el de proveer un sistema de alturas consistente, fiable y homogéneo, que permita explicar una serie de procesos y fenómenos naturales, así como plantear soluciones a problemas prácticos de ingeniería, donde los cambios de altura juegan un papel preponderante. Las metodologías utilizadas actualmente para establecer sistemas de referencia vertical han permitido identificar inconsistencias e inestabilidad entre los diversos sistemas de alturas existentes, relacionadas con las características con las que dichos sistemas han sido establecidos. Ante la necesidad de establecer un sistema de referencia de carácter global, así como la de integrar diversos sistemas de alturas locales, fueron creadas convenciones para la realización e implementación de un Sistema de Referencia Internacional de Alturas (*IHRS, International Height Reference System*), en el cual la coordenada vertical cuenta con una componente física y una geométrica, la parte física se basa en números geopotenciales, obtenidos a partir de la diferencia de potencial de un punto en la superficie terrestre *W(P)* con respecto a una superficie equipotencial de referencia W_0, cuyo valor adoptado por convención corresponde a 62636853.40 m^2s^{-2}, la componente geométrica indica la posición del punto referido en el *Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF*, que contribuye al desarrollo de un marco de referencia moderno en el país, alineado con el sistema internacional). El objetivo de la esta investigación es evaluar la viabilidad de la estimación del potencial de gravedad en vértices pertenecientes a la Red Geodésica Nacional. La metodología involucra coordenadas geocéntricas, alturas ortométricas, así como la aceleración de la gravedad, combinados con cuatro modelos globales del geoide: el EGM2008, el EIGEN-6C4, el XGM2019e_2159 y el SGG-UGM-2; y dos modelos del geoide regional: el xGEOID20B y el xGGM23, datos geodésicos actualmente disponibles para implementar un sistema de referencia de alturas moderno en México, alineado con los estándares internacionales, que permita contribuir al desarrollo del *Marco Internacional de Referencia de Alturas (IHRF).*

Palabras clave: *Números geopotenciales, Sistemas de alturas, IHRS*

Abstract

One of the current challenges in Geodesy is to provide a consistent, reliable, and homogeneous height system that explains a series of natural processes and phenomena and proposes solutions to practical engineering problems where height changes play a preponderant role. The methodologies currently used to establish vertical reference systems have made it possible to identify inconsistencies and instability among the various existing height systems, related to the characteristics with which these systems have been established. Given the need to develop a global reference system, as well as the integration of various local height systems, conventions were created for the realization and implementation of an *International Height Reference System (IHRS),* in which the vertical coordinate has a physical and a geometric component, the physical part is based on geopotential numbers, obtained from the potential difference of a point on the earth's surface *W(P)* and the one of an an equipotential reference surface W_0, whose value adopted by convention corresponds to 62636853. 40 m^2s^{-2}. The geometric component indicates the position of the reference point in the *International Terrestrial Reference Frame (ITRF)*. The objective of this research is to assess the viability of estimating the gravity potential at vertices belonging to the National Geodetic Network. The methodology employed involves the utilization of geocentric coordinates, orthometric heights, and gravity acceleration, in conjunction with four global geoid models: the EGM2008, the EIGEN-6C4, the XGM2019e_2159, and the SGG-UGM-2, as well as two regional geoid models (the xGEOID20B and the xGGM23), geodetic data currently available to implement a modern height reference system in Mexico. This system is aligned with international standards, allowing it to contribute to the establishment of the International Height Reference Frame (IHRF).

Keywords: *Geopotential numbers, Height systems, IHRS*

CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS **2**

RESUMEN **3**

ABSTRACT **4**

LISTA DE FIGURAS **7**

LISTA DE TABLAS **9**

LISTA DE ACRÓNIMOS **10**

CAPÍTULO I **12**

1 INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA **12**

1.1 ANTECEDENTES 15

1.2 JUSTIFICACIÓN 17

1.3 OBJETIVO GENERAL 17

1.4 OBJETIVOS PARTICULARES. 17

1.5 HIPÓTESIS 18

CAPÍTULO II **19**

2 MARCO TEÓRICO **19**

2.1 AGENCIAS Y ORGANIZACIONES GEODÉSICAS 19

2.2 MODELOS TEÓRICOS DE LA TIERRA: ELIPSOIDE Y GEOIDE 24

2.3 SISTEMAS DE REFERENCIA GEODÉSICOS 26

2.3.1 SISTEMA INTERNACIONAL DE REFERENCIA TERRESTRE (ITRS) 26

2.3.2 SISTEMA DE REFERENCIA GEODÉSICO GRS80 27

2.3.3 SISTEMA DE REFERENCIA SIRGAS 28

2.3.4 SISTEMA DE REFERENCIA INTERNACIONAL DE ALTURAS (IHRS) 30

2.3.4.1 DATUM VERTICAL 32

2.3.4.2 NÚMEROS GEOPOTENCIALES Y SISTEMAS ALTURAS 36

2.3.5 SISTEMA INTERNACIONAL DE GRAVEDAD TERRESTRE 38

2.4 MARCOS DE REFERENCIA GEODÉSICOS 39

2.4.1 MARCO INTERNACIONAL DE REFERENCIA TERRESTRE (ITRF) 39
2.4.2 MARCO DE REFERENCIA ITRF2008 41
2.4.3 MARCO DE REFERENCIA VERTICAL SIRGAS 41
2.4.4 MARCO GRAVIMÉTRICO 43
CAPÍTULO III 45
3 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE SISTEMAS DE ALTURAS MODERNOS Y SUS PRECISIONES 45
CAPÍTULO IV 57
4 EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS 57
4.1 CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES A PARTIR MODELOS GLOBALES DE GRAVEDAD DE ALTA RESOLUCIÓN 57
4.2 CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES A PARTIR DE MODELOS DEL GEOIDE O CUASIGEOIDE 61
4.3 CONVERSIÓN DE LOS SISTEMAS DE ALTURAS EXISTENTES AL IHRF. 70
CAPÍTULO V 91
5 CONCLUSIONES 91
BIBLIOGRAFÍA 94

Lista de figuras

Figura 1. Servicios que ofrece la IAG. 20
Figura 2. Elipsoide. 24
Figura 3. Geoide. Recuperado de https://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA12104_modest.jpg. 25
Figura 4. Centros de análisis y combinación de la red SIRGAS-CON (Sánchez et al., 2013). 30
Figura 5. Datums verticales locales, (Sánchez, 2020). 32
Figura 6. Comparativo sistema vertical Europeo (Ihde & Sánchez, 2005). 33
Figura 7. Comparativo entre sistemas de referencia vertical en América del Sur (Ihde & Sánchez, 2005). 34
Figura 8. Discrepancias entre datums locales en América del Sur y valor geopotencial de referencia ($W0$) (Sánchez & Sideris, 2017). 37
Figura 9. Red ITRF2020 Destacando VLBI, SLR y Sitios DORIS ubicados junto con GNSS (Altamimi et al., 2023). 40
Figura 10. Definición y propuesta de realización del Sistema Internacional de Referencia de Alturas (Sánchez L, 2020). 42
Figura 11. Conexiones gravimétricas IGSN71 (Morelli C., 1999) 43
Figura 12. Estaciones de gravedad absoluta, (INEGI,2018). 44
Figura 13. Esquema metodológico. 46
Figura 14. Alturas y superficies de referencia (Sánchez et al., 2021). 50
Figura 15. Procedimiento de cálculo del número geopotencial IHRF. 51
Figura 16. Estaciones GNSS de monitoreo continuo. 57
Figura 17. Vértices geodésicos de la Red Geodésica Nacional seleccionados. 58
Figura 18. Configuración de portal ICGEM para calcular el potencial de gravedad. 59
Figura 19. Configuración de portal ICGEM para calcular la altura geoidal. 61
Figura 20. Configuración del portal del NGS para calcular la altura geoidal. 62
Figura 21. Modelo del Geoide experimental xGGM23 (Avalos-Naranjo, 2024). 63
Figura 22. Variación alturas ortométricas MERI. 66
Figura 23. Variación alturas ortométricas de vértices de la Red Geodésica Integrada derivada de modelos respecto al geoide gravimétrico xGGM23. 70
Figura 24. Dispersión de las alturas del geoide calculadas y los diferentes modelos del geoide analizados. 71
Figura 25. Histogramas de distribución de los datos de la Red Geodésica Integrada utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local. 72
Figura 26. Vértices de la Red Geodésica Nacional Pasiva. 73
Figura 27. Vértices de geoide observado (calculado a partir de altura elipsoidal y altura ortométrica). 74
Figura 28. Dispersión de las alturas del geoide calculadas en relación con las alturas ortométricas del lugar con datos de toda la República Mexicana sin manipular la superficie de referencia de origen. 75

Figura 29. Dispersión de las alturas del geoide calculadas en relación con las alturas ortométricas del lugar con datos de toda la República Mexicana..... 76
Figura 30. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Aguascalientes (a), Baja California (b). 76
Figura 31. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Baja California Sur (c), Campeche (d), Ciudad de México (e), Chihuahua (f), Chiapas (g), Coahuila(h)..... 77
Figura 32. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Colima (i), Durango (j), Guerrero (k), Guanajuato (l), Hidalgo (m), Jalisco (n). 78
Figura 33. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de México (o), Michoacán (p), Morelos (q), Nayarit (r), Nuevo León (s), Oaxaca (t)..... 79
Figura 34. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Puebla (u), Querétaro (v), Quintana Roo (w), Sinaloa(x), San Luis Potosí (y), Sonora (z). 80
Figura 35. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Tabasco (aa), Tamaulipas (ab), Tlaxcala (ac), Veracruz(ad), Yucatán (ae), Zacatecas (af). 81
Figura 36. Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Aguascalientes (a), Baja California (b), Baja California Sur (c), Campeche (d), Ciudad de México (e) y Chihuahua (f). 84
Figura 37. Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Chiapas (g), Coahuila(h), Colima (i), Durango (j), Guerrero (k) y Guanajuato (l). 85
Figura 38. Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Hidalgo (m), Jalisco (n), de México (o), Michoacán (p), Morelos (q) y Nayarit (r). 86
Figura 39. Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Nuevo León (s), Oaxaca (t), Puebla (u), Querétaro (v), Quintana Roo (w) y Sinaloa(x). 87
Figura 40. Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de San Luis Potosí (y), Sonora (z), Tabasco (aa), Tamaulipas (ab), Tlaxcala (ac) y Veracruz(ad)..... 88
Figura 41. Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Yucatán (ae), Zacatecas (af). 89
Figura 42. Niveles de referencia vertical global y local, para la determinación de valores de potencial de gravedad..... 90

Lista de tablas

Tabla 1. Parámetros que definen el datum dinámico. 25
Tabla 2. Constantes geométricas asociadas. 25
Tabla 3. Parámetros del sistema de referencia WGS84. 27
Tabla 4. Parámetros del Sistema Geodésico de Referencia 1980..... 27
Tabla 5. Constantes físicas y geométricas del Sistema Geodésico de Referencia 1980. 28
Tabla 6. Modelos globales del geoide: a) EGM2008, b) EIGEN-6C4, c) XGM2019e_2159 y d) SSG-UGM-2 (ICGEM, 2023). 52
Tabla 7. Modelos del geoide xGEOID20B(a) y xGGM23(b). 53
Tabla 8. Vértices de Red Geodésica Integrada. 58
Tabla 9. Valores de potencial de gravedad de Red Geodésica Integrada [m^2 s^{-2}]. ... 60
Tabla 10. Número geopotencial y altura ortométrica de Red Geodésica Integrada.. 60
Tabla 11. Datos de estaciones de monitoreo continuo SIRGAS-CON..... 61
Tabla 12. Altura geoidal interpolada en vértices de Red Geodésica Integrada. 63
Tabla 13. Altura geoidal interpolada en estaciones SIRGAS-CON. 64
Tabla 14. Datos de estación MERI. 64
Tabla 15. Potencial de gravedad y número geopotencial de estación MERI. 65
Tabla 16. Gravedad observada, gravedad media, número geopotencial y altura ortométrica de estación MERI. 66
Tabla 17. Potencial de gravedad en estaciones Red Geodésica Integrada [m^2 s^{-2}].. 67
Tabla 18. Potencial de gravedad en estaciones SIRGAS-CON [m^2 s^{-2}]..... 67
Tabla 19. Número geopotencial [C] de Red Geodésica Integrada en Marea media. [m^2 s^{-2}]. 68
Tabla 20. Número geopotencial [C] en estaciones SIRGAS-CON en Marea media [m^2 s^{-2}]. 68
Tabla 21. Alturas ortométricas de Red Geodésica Integrada derivado de modelado local y global..... 69
Tabla 22. Alturas ortométricas de Red Geodésica Integrada derivado de modelado local y global..... 69
Tabla 23. Clasificación de vértices de la Red Geodésica Nacional Pasiva..... 72
Tabla 24. Parámetro de sesgo vertical entre el sistema de alturas local y superficie de referencia global. 75
Tabla 25. Parámetro de sesgo vertical entre datum local y global W_0^{IHRS}. 82
Tabla 26. Datum local (W^{l}_0 m^2 s^{-2}) para cada Estado y media Nacional. 89

Lista de acrónimos

BGI	Bureau Gravimetrique International
CEPGE	El Centro de Procesamiento de Datos GNSS del Ecuador
CHAMP	Challenging Minisatellite Payload
CTRS	Conventional Terrestrial Reference System
DGFI-TUM	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut-Technische Universität München
DORIS	Doppler Orbithography and Radiopositioning Integrated by Satellite
GGOS	Global Geodetic Observing System
GLONASS	Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
GNSS	Global Navigation Satellite System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GPS	Global Positioning System
GRS80	Geodetic Reference System 1980
IAG	International Association of Geodesy
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	International Center for Global Gravity Field Models
IDEMS	International Digital Elevation Model Service
IDS	International DORIS Service
IERS	International Earth Rotation Service
IGFS	International Gravity Field Service
IGETS	International Geodynamics and Earth Tide Service
IGN_Ar	Instituto Geográfico Nacional de Argentina
IGM-Cl	Instituto Geográfico Militar de Chile
IGM-Uy	Instituto Geográfico Militar de Uruguay
IGS	International GNSS Service
IGSN71	The International Gravity Standardization Net 1971

IHRS/IHRF	International Height Reference System/Frame
INEGI	Instituto Nacional de Estadística y Geografía
ILRS	International Lunar Research Station
IPGH	Instituto Panamericano de Geografía e Historia
ISG	International Service for the Geoid
IVS	International Very Long Baseline Interferometry
ITGRS/ITGRF	International Terrestrial Gravity Reference System/Frame
ITRS/ITRF	International Terrestrial Reference System/Frame
IRNSS	Indian Regional Navigation Satellite System
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics
NAVD88	North American Vertical Datum of 1988
NAVD29	National American Vertical Datum of 1929
NGA	National Geospatial-Intelligence Agency
NGS	National Geodetic Survey
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
PSML	Permanent Service for Mean Sea Level
RGNA	Red Geodésica Nacional Activa
RGNP	Red Geodésica Nacional Pasiva
SIRGAS	Sistema de Referencia Geodésico para las Américas
SIRGAS-GTI	Sistema de Referencia Geodésico para las Américas-Grupo de Trabajo I
SIRGAS-GTII	Sistema de Referencia Geodésico para las Américas-Grupo de Trabajo II
SIRGAS-GTIII	Sistema de Referencia Geodésico para las Américas-Grupo de Trabajo III
USC	Universidad de Santiago de Chile
WGS84	World Geodetic System 1984

Capítulo I

En este capítulo se presenta el planteamiento del problema, la justificación, los objetivos de la investigación (general y específicos) e hipótesis, que establecen el contexto en el que se desarrolla la investigación realizada.

1 Introducción y planteamiento del problema

Los retos a los que nos enfrentamos actualmente, relacionados al aumento del nivel de los océanos y variación de masas continentales, entre otros, requieren para su estudio y búsqueda de soluciones, información geoespacial fiable, con características particulares en cuanto a su uso y precisión.

Entre las principales tareas que se están llevando a cabo en el área de la Geodesia, se encuentra la de establecer un sistema de referencia vertical de carácter global, para ello se están llevando a cabo esfuerzos para la realización e implementación del Sistema/Marco de Referencia Internacional de Alturas (*IHRS/IHRF, International Height Reference System/Frame),* así como el Sistema/Marco de Referencia Internacional de Gravedad Terrestre (ITGRS/ITGRF, *International Terrestrial Gravity Reference System/Frame*), que permita cuantificar los cambios o variaciones en la coordenada vertical del Sistema Tierra, los cuales involucran factores dinámicos que deben ser abordados de manera global, principalmente mediante la utilización de técnicas satelitales (Reguzzoni et al., 2019).

Para proveer de un sistema de alturas consistente, fiable y homogéneo, se requiere contar con alturas físicas basadas en diferencias de potencial del campo de gravedad de la Tierra (geopotencial), el cual permite resolver problemas prácticos de ingeniería, así como explicar una serie de procesos y fenómenos naturales, donde los cambios de altura juegan un papel preponderante, en particular para aplicaciones como la geodinámica, protección contra inundaciones, investigación costera, entre otras.

En el área de la Geodesia se busca determinar la forma, dimensiones y campo de gravedad de la Tierra, así como sus variaciones temporales, lo cual es un problema complejo. En la búsqueda de soluciones, se plantean modelos que puedan recoger la complejidad natural de la superficie terrestre y expresarla de una forma más simple y

fácil de manejar. El intento más básico de establecer un modelo de la forma de la Tierra es asemejarla a un elipsoide, debido a que es una figura geométrica simple, y se puede expresar mediante una ecuación matemática sencilla, que permite aplicar conceptos geométricos que establecen la definición de sistemas de referencia, los cuales se materializan mediante un conjunto de puntos formando redes geodésicas, integrando un marco de referencia que permite determinar la posición de cualquier observación realizada con una precisión elevada. En ese sentido, la componente vertical ha sido un desafío, el cual continua vigente y podemos ver como ejemplo a: Kotsakis et al., 2012); (Ihde et al., 2017); (Sansò et al., 2019); (Ribeiro et al., 2022); (Savchuk & Fedorchuk, 2023).

Al mejorar el conocimiento respecto a los Marcos de Referencia Vertical, se han podido identificar inconsistencias e inestabilidades en ellos, debido a que la mayoría de los datums verticales utilizados actualmente, se encuentran referidos a diferentes mareógrafos, los cuales, no consideran las diferencias de las alturas y del nivel de referencia con respecto al tiempo, y en general, el control vertical mediante redes de nivelación no incluye las reducciones por los efectos de gravedad (Jekeli, 2000); (Tokos, 2002); (Ferreira & de Freitas, 2011). En consecuencia, las alturas asociadas a ellos no son compatibles y/o comparables, debido a que presentan diferencias considerables entre regiones, lo que dificulta el intercambio de información vertical a escala continental o global. Actualmente, a través de diversos grupos de trabajo, se busca establecer un sistema de referencia vertical, capaz de permitir la determinación práctica de alturas aprovechando el desarrollo de la tecnología satelital, y a su vez, sean de utilidad al realizar estudios multipropósito, que buscan dar solución a problemas de carácter práctico y científico. El enfoque actual, permite explotar la disponibilidad de modelos geopotenciales cada vez más precisos derivados del modelado de altas frecuencias del campo de gravedad terrestre obtenido por las misiones satelitales de órbita baja como Challenging Minisatellite Payload (CHAMP) (GFZ, 2019) ; Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) (JPL, 2018) y, en particular, por el Gravity field and steady-State Ocean Circulation Explorer) (GOCE)(ESA, 2012), junto con mediciones precisas de posicionamiento satelital en diversos puntos de interés ha permitido realizar diversos estudios en diferentes

regiones geográficas, los cuales han sido reportados en la literatura geodésica, entre los que destacan, los realizados en los países del Mar Báltico (A. Ardalan et al., 2002), Nueva Zelanda (Tenzer et al., 2011), Irán (A. A. Ardalan & Safari, 2005), países norteamericanos (Jekeli & Dumrongchai, 2003), América del Sur (Ihde & Sánchez, 2005), entre otros. Reconociendo la importancia de la información geoespacial obtenida a partir de tecnología espacial, en la Asamblea General de las Naciones Unidas llevada a cabo en febrero de 2015, se reafirmó la necesidad de tomar medidas que promuevan la mejora y compatibilidad de los sistemas de referencia útiles para navegación y posicionamiento.

En la búsqueda de homogeneizar los sistemas de alturas a nivel global, fueron creadas convenciones para la implementación de un sistema de alturas que adopte una superficie de referencia única, el cual se basa en la diferencia de potencial de un punto en la superficie terrestre y la superficie equipotencial del geoide. La coordenada vertical, debe ser determinada por una componente física y una geométrica, donde es necesario resaltar que se recomienda utilizar los mismos parámetros en geometría y gravedad, así como el sistema de mareas permanentes, dado que, dentro de los ámbitos geodésicos y gravimétricos con observables de gran precisión, es de suma importancia caracterizar los datos involucrados que se encuentren en un mismo sistema de mareas y época de referencia, principalmente.

Para el desarrollo de estrategias que permitan proponer posibles alternativas hacia la conexión de las redes verticales de los países miembros del Sistema Geodésico de Referencia para las Américas (SIRGAS), que corresponda a las precisiones que se pretenden alcanzar, es necesario estudiar las metodologías utilizadas al establecer las redes geodésicas nacionales, valor de las mediciones y precisión lograda, datum vertical y época de referencia, así como la fuente u origen de los datos mencionados.

Como parte de la investigación, se busca evaluar la precisión con que son obtenidos los sistemas de alturas modernos, calculados a partir de números geopotenciales que requieren como insumo: Desniveles entre vértices de las redes geodésicas, su posición y aceleración de la gravedad, los cuales son obtenidos de manera independiente y con distintas precisiones, lo que dificulta realizar un análisis del impacto en la precisión de estos al calcular los sistemas de alturas modernos.

1.1 Antecedentes

Durante las últimas cuatro décadas, se ha discutido intensamente el tema de la unificación de los sistemas de altura locales y/o regionales existentes, tarea que sigue siendo un desafío, debido a las diversas características con las que han sido establecidos los diversos sistemas. Actualmente, se busca realizar la unificación hacia uno global que adopte una misma superficie de referencia.

Diversos autores han reportado en la literatura los esfuerzos realizados acerca del problema de la unificación de alturas (Xu, 1992), (Rapp, 1993), (Sacerdote et al., 2001), (Sansò & Venuti, 2002), (Berlin & Gmbh, 2002),(de Freitas et al., 2002), (Drewes et al., 2002) (A. A. Ardalan & Safari, 2005), (Sánchez, 2012), el papel que juegan los modelos de gravedad obtenidos a través de sistemas satelitales en los trabajos de unificación (Gatti et al., 2013), y la confiabilidad de los resultados obtenidos. Actualmente los esfuerzos se han direccionado hacia un trabajo en conjunto que busca la realización e implementación de un Sistema de Referencia internacional de Alturas (IHRS, *International Height Reference System*), (Sánchez & Sideris, 2017),(Ihde et al., 2017), (Sjöberg, 2018), (Sansò et al., 2019), (Marotta, 2020), (Sánchez et al., 2021),(de Medeiros et al., 2022), (Nyoka et al., 2022), debido a las diversas características y particularidades de cada región se ha llegado a la conclusión de que el problema de establecer un sistema de alturas moderno no puede ser solucionado por una sola persona o un país, por lo tanto, es de suma importancia unir esfuerzos que permitan avanzar de manera conjunta para alcanzar los resultados deseados.

A partir del 2015, se ha estado trabajando en la implementación del IHRS, derivado de la publicación del Proyecto de resolución “Marco de referencia geodésico para el desarrollo sostenible”, propuesto en la Asamblea General de las Naciones Unidas, cuyos objetivos principales son: proveer un marco fiable para un análisis consistente y modelar los fenómenos globales y procesos que afectan el campo gravitacional terrestre y la superficie geométrica de la Tierra, así como apoyar la combinación precisa de las alturas físicas y geométricas con el propósito de explotar al máximo las

metodologías de la Geodesia Satelital como lo es la combinación del posicionamiento satelital y los modelos del campo de gravedad (Naciones Unidas, 2015).

Como parte de los trabajos realizados, evaluaron la unificación del datum vertical de América del Norte y América del Sur, y se estimó la diferencia de nivel entre los sistemas de alturas sudamericanos y el valor de referencia global establecido por convención, además se derivaron de manera rigurosa las ecuaciones de observación para la unificación del datum vertical con enfoque en el Problema del Valor Limite Geodésico, en términos de cantidades potenciales, combinando números geopotenciales locales, coordenadas geodésicas referidas al Marco de Referencia Terrestre Internacional, datos de altimetría satelital, observaciones de mareógrafos y modelos de campo de gravedad (Sánchez & Sideris, 2017), (Amjadiparvar et al., 2016). En 2018, durante el Taller SIRGAS, el Grupo de Trabajo III destacó la importancia de contar con Marcos de Referencia globales, esenciales para una determinación adecuada de los cambios en el Sistema Tierra, así como la mitigación de los efectos de desastres naturales, para monitoreo de los cambios del nivel medio del mar y cambios climáticos, entre otros aspectos (de Freitas, 2016). Este grupo de trabajo se ha propuesto seguir una serie de pasos para la solución del problema del datum de alturas (Sansò et al., 2019; Sideris, 2021). Derivado de los diversos esfuerzos orientados a la unificación de un sistema de alturas consistente, se concluyó que es necesario precisar un datum vertical global definido por un geoide convencional y parámetros del elipsoide terrestre, por lo que se ha estimado W_0, como superficie equipotencial, cuyo valor es tomado como referencia coordenadas verticales, determinado a partir de los parámetros geométricos del elipsoide medio de la Tierra basándose en los nuevos modelos de campo de gravedad, superficie media del mar y topografía dinámica media (Amin et al., 2019).

De acuerdo con lo anterior, se han elaborado estrategias para la realización del IHRF, la metodología a utilizar para determinar coordenadas verticales con sentido físico, normas y convenciones que indiquen la pauta en la determinación del sistema de referencia; el diseño de la red IHRF que contempla la selección de las estaciones que la integrarán, así como la infraestructura operativa que garantice la perdurabilidad del Marco de referencia a través del tiempo (Sánchez et al., 2021).

1.2 Justificación

Las redes geodésicas verticales han sido un desafío, el cual continua vigente, contar con un sistema de referencia de alturas global unificado, determinado no solamente a partir de mediciones en la Tierra sólida, sino también de mediciones en los océanos y en los casquetes polares, involucra cierto grado de error, y es necesario analizar la influencia en la calidad de estos datos al ser utilizados para calcular otras magnitudes necesarias en todos aquellos estudios o aplicaciones que requieran una visión global de la Tierra.

Actualmente, existen redes verticales establecidas con diferentes metodologías y datums, debido a esto se busca su unificación, por lo que se requiere el estudio de las características de las redes geodésicas existentes.

Conocer el estado que guarda el Sistema de Referencia Vertical Nacional, permitirá detectar con mayor facilidad las características de los datos geoespaciales disponibles, las áreas en las que se requiere generar nueva información, así como la planeación de estrategias para su integración. De acuerdo con la legislación vigente, el sistema de alturas adoptado en México son las alturas ortométricas, las cuales están referidas al Datum Vertical Norteamericano de 1988 (NAVD88, *North American Datum of 1988*).

Obtener sistemas de alturas modernos a partir de cálculos que involucran diferentes magnitudes medidas, requiere atender recomendaciones realizadas en los lineamientos establecidos para la compatibilidad de los datos utilizados. De igual manera es necesario evaluar la precisión de las alturas obtenidas.

1.3 Objetivo General

Caracterizar un Sistema de Referencia Vertical pertinente, acorde a las exigencias actuales, que permita implementar un sistema de alturas moderno para México, aprovechando los datos geodésicos disponibles en el país.

1.4 Objetivos particulares.

- Analizar cuantitativa y cualitativamente la información disponible que proporciona la red geodésica vertical, horizontal y gravimétrica en México.

- Analizar cuantitativa y cualitativamente la información derivada de modelos geopotenciales globales y modelos geoidales gravimétricos regionales en relación con la determinación de alturas.
- Analizar la precisión obtenida en los cálculos de alturas a partir de los diferentes conjuntos de datos disponibles.

1.5 Hipótesis

El análisis de las características de los datos involucrados en el cálculo de números geopotenciales permitirá analizar la viabilidad de estimar el potencial de gravedad en vértices pertenecientes a la Red Geodésica a partir de los datos disponibles actualmente y diseñar estrategias para mejorar la exactitud de los sistemas de referencia verticales modernos.

El presente trabajo de tesis se encuentra estructurado en cinco capítulos. En el **Capítulo I** se presenta el planteamiento del problema, la justificación, los objetivos de la investigación (general y específicos) e hipótesis, que establecen el contexto en el que se desarrolla la investigación realizada. En el **Capítulo II,** se desarrolla la fundamentación teórica que ofrece una visión general y fundamentada de los conceptos y antecedentes que sustentan esta investigación, que permiten establecer las bases teóricas para el análisis en la determinación de alturas en un sistema compatible y comparable a nivel global. En el **Capítulo III** se describen los diferentes enfoques metodológicos para el cálculo del valor de potencial de gravedad en puntos ubicados en la superficie de la Tierra, que permiten determinar números geopotenciales y alturas físicas, así como realizar un análisis de los resultados que se pueden alcanzar a partir de la información disponible actualmente en México. En el **Capítulo IV** se presenta la experimentación, datos utilizados y resultados obtenidos. Por último, en el **Capítulo V** presentan las principales conclusiones derivadas de los experimentos de cálculo para la determinación de números geopotenciales y alturas ortométricas, hacia la modernización de alturas en México que contribuyan a la implementación regional del Sistema de Referencia Internacional de Alturas.

Capítulo II

Esta sección tiene como finalidad ofrecer una visión general y fundamentada de los conceptos y antecedentes que sustentan esta investigación, que permiten establecer las bases teóricas que guiarán el análisis derivado de la determinación de alturas en un sistema compatible y comparable a nivel global, mediante un sistema de referencia global que establece una superficie de referencia única en todo el mundo.

2 Marco teórico

Debido a que los problemas de la geodesia global sólo pueden resolverse mediante la cooperación internacional a través de organismos o agencias nacionales, este capítulo inicia detallando servicios geodésicos internacionales involucrados en definir y establecer los Sistemas de Referencias, así como sus respectivas materializaciones a las que nos estaremos refiriendo durante el desarrollo del experimento de cálculo. Posteriormente se detallan los modelos teóricos y sistemas referencia en los que se basan los diferentes enfoques a analizar.

2.1 Agencias y organizaciones geodésicas

De manera global, existen organizaciones y servicios científicos que buscan generar geoinformación con precisión y confiabilidad necesaria para aplicaciones en diversas actividades.

La Asociación Internacional de la Geodesia (IAG), es la organización dedicada a coordinar las actividades geodésicas que se desarrollan a nivel mundial, promueve la cooperación científica y la investigación en geodesia a escala mundial y contribuye a ella a través de sus diversos organismos de investigación. Es una asociación constituyente de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (*IUGG, International Union of Geodesy and Geophysics*) (Ch. Dimopoulou, 2023).

Los servicios que ofrece la IAG se han dividido en tres categorías: Servicios Geométricos, Servicios del Campo de Gravedad y Servicio Permanente del Nivel medio del Mar (Figura 1).

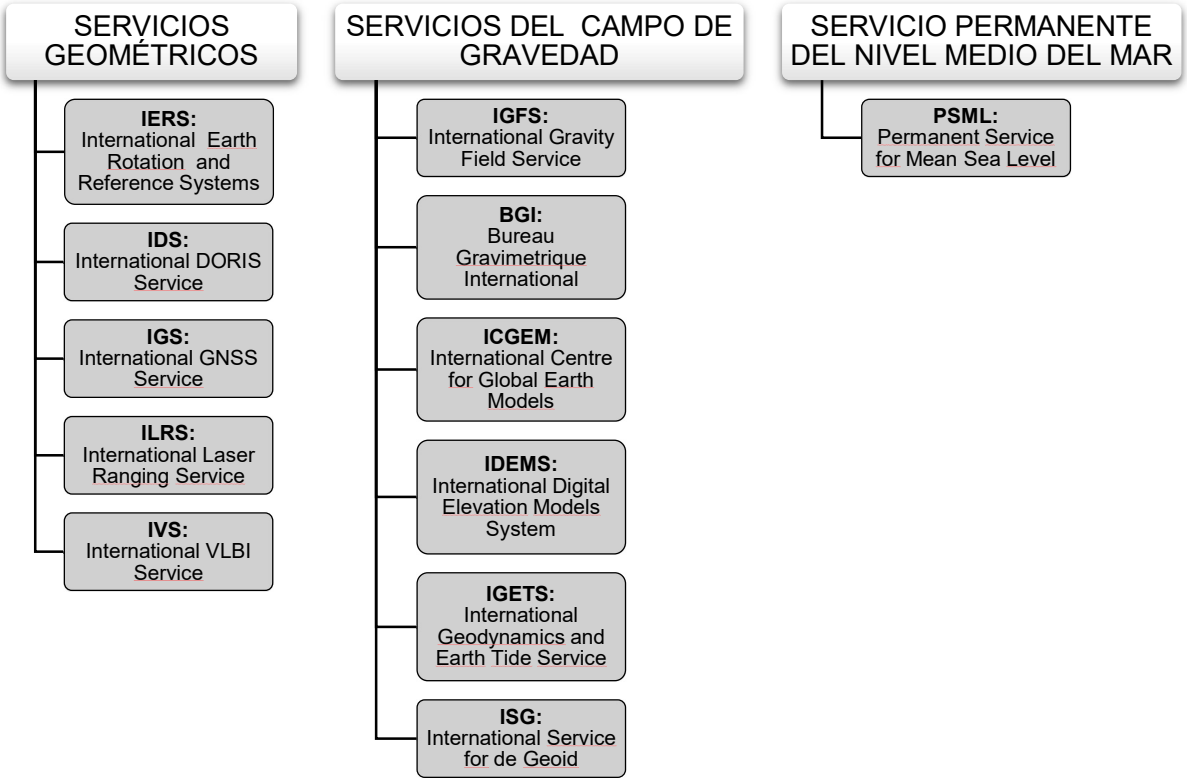


Figura 1. *Servicios que ofrece la IAG.*

Los Servicios Geométricos, sirven de apoyo en la realización del Marco de Referencia, entre los que se encuentran:

El Servicio Internacional de Rotación de la Tierra y Sistemas de Referencia (IERS, *International Earth Rotation and Reference System*), fue establecido en 1987 por la Unión Astronómica Internacional (IAU, *International Astronomical Union*) y la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG, *International Union of Geodesy and Geophysics* (GGOS, 2023a), está integrada por: Centros de Técnicas, Centros de Productos, Centros de Combinación, Coordinador de Análisis, Oficina Central y Mesa Directiva. Los objetivos principales del IERS son servir a las comunidades astronómicas, geodésicas y geofísicas proporcionando:

- El Sistema de Referencia Celeste Internacional (ICRS, *The International Celestial Reference System*) y su realización, el Marco de Referencia Celeste Internacional (ICRF, *The International Celestial Reference Frame*).

- El Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS, *The International Terrestrial Reference System*) y su realización, el Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF, *The International Terrestrial Reference Frame*).
- Parámetros de orientación terrestre necesarios para estudiar las variaciones de su orientación y para realizar transformaciones entre marcos (ICRF e ITRF).
- Datos geofísicos para interpretar las variaciones de tiempo/espacio en los ICRF, ITRF o parámetros de orientación terrestre, y a partir de ellos modelar tales variaciones.
- Normas, constantes y modelos, de orden internacional.

El Servicio Internacional DORIS, (IDS, *International DORIS Service*), se creó en 2003, utiliza la técnica de Orbitografía Doppler y Radioposicionamiento por Satélite (DORIS, *Doppler Orbithography and Radiopositioning Integrated by Satellite*), desde 1994 es una de las cuatro técnicas utilizadas por el IERS. Este servicio brinda apoyo a través de datos y productos DORIS, para la determinación precisa de la órbita de los satélites de misiones altimétricas.

El Servicio Internacional GNSS (IGS, *International GNSS Service)*, es el resultado de la suma de esfuerzos de 350 organismos científicos, académicos y gubernamentales, distribuidos en 118 países/regiones, que se ocupan de proporcionar las orbitas satelitales del Sistema de Posicionamiento Global (GPS, *Global Positioning System*) más precisas del mundo. El servicio se basa en una red del Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS, *Global Navigation Satellite System*) que actualmente consta de 512 estaciones permanentes de operación continua, las cuales rastrean señales GPS, y recientemente han incluido el rastreo de señales del Sistema GNSS ruso (GLONASS), el Sistema GNSS Europeo (GALILEO), el Sistema GNSS chino (BeiDou), el Sistema Satelital japonés (QZSS, *Quasi-Zenith Satellite System*), y el Sistema Regional de Navegación por Satélite de la India (IRNSS, *The Indian Regional Navigation Satellite System*)(GGOS, 2023b) .

El Servicio Internacional de medición de distancia por Láser (ILRS, *International Laser Ranging Service*), "se estableció en 1998, como uno de los servicios de medición de la IAG, con el propósito de coordinar las mediciones laser a satélites (SLR, *Satellite*

Laser Ranging), y las mediciones láser a la Luna (LLR, *Lunar Laser Ranging*) para fines geodésicos" (GGOS, 2023c), cuenta con 39 estaciones de seguimiento, 2 centros de operaciones, 2 centros de datos, 8 centros de análisis, 20 centros de análisis asociados, 6 centros de análisis asociados LLR, 2 centros de combinación de análisis, 5 comités permanentes, una oficina central y una junta de gobierno.

El Servicio Internacional VLBI (IVS, International *Very Long Baseline Interferometry*) para Geodesia y Astrometría, desde 2020 cuenta con una red de 34 estaciones para mediciones VLBI de alto rendimiento, manejadas por 3 centros de operaciones.

En lo que respecta a los servicios del campo de gravedad, agrupa varios servicios que se encargan de las mediciones y el manejo de los datos relacionados con el campo de gravedad, a los cuales se tiene acceso a través de:

El Servicio Internacional del Campo de Gravedad (IGFS, *International Gravity Field Service*), proporciona datos combinados de los diversos servicios que coordina, tales como modelos globales derivados de satélites, observaciones de gravedad terrestre, aérea, satelital y marina, datos de marea terrestre, datos de nivelación GPS, modelos digitales de terreno y batimetría, así como de campo de gravedad oceánica y geoide derivado de altimetría satelital. Con el objetivo de garantizar a futuro el mantenimiento y la disponibilidad del IHRF, se creó el Centro de Coordinación del IHRF (IHRF CC) bajo la responsabilidad del IGFS con adhesión directa a la Oficina Central de IGFS (IGFS CB), compuesta por módulos individuales que se ocupan de los principales componentes del IHRF.

La Oficina Gravimétrica Internacional (BGI, *Bureau Gravimetrique International*) es responsable de asegurar el inventario de datos y la disponibilidad a largo plazo de las mediciones gravimétricas realizadas en la superficie terrestre.

El Centro Internacional de Modelos Globales de la Tierra (ICGEM, *International Centre for Global Earth Models*), "es uno de los 5 servicios que coordina el IGFS, recopila y archiva todos los modelos existentes del campo de gravedad global (temporales y estáticos)"

El Servicio Internacional de Modelos Digitales de Elevación (IDEMS, *International Digital Elevation Model Service*), funciona desde el 2016, como un depósito de enlaces a sitios que proveen Modelos Digitales de Elevación, entre los productos que ofrece,

destacan: Datos Batimétricos y Hielo, modelos terrestres, Modelos Digitales de Elevación Global y por región.

El Servicio Internacional de Geodinámica y Marea Terrestre (IGETS, *International Geodynamics and Earth Tide Service*), desde el 2016 apoya las actividades geodésicas y geofísicas mediante una red internacional de gravímetros superconductores, la cual está integrada por 42 estaciones. Además, recopila, archiva y distribuye, registros de marea terrestre.

El Servicio Internacional del Geoide (ISG, *International Service for the Geoid*), es un servicio coordinado pro e IGFS fundado en 1992, recopila y distribuye modelos del geoide, software para su cálculo, realiza investigaciones sobre métodos para la determinación del geoide.

Por último, **El Servicio permanente del nivel medio del mar**, (PSMSL, *Permanent Service for Mean Sea Level*), registra el nivel medio del mar por medio de mareógrafos, desde 1993 ha sido responsable de recopilar, analizar, interpretar y publicar datos del nivel del mar de la red mundial de mareógrafos.

El Sistema Global de Observación Geodésica (*GGOS, Global Geodetic Observing System),* forma parte de la IAG y trabaja junto con los componentes de la Asociación para monitorear el sistema terrestre y la investigación del cambio global. GGOS busca proporcionar observaciones necesarias para la medición, interpretación, seguimiento y mapeo de los cambios en la forma, la rotación y la distribución de masas de la Tierra mediante un marco global de referencia estable; y a su vez está integrada por diversas organizaciones que trabajan de manera conjunta en la generación de información geodésica confiable (Plag & Pearlman, 2009). Además, es responsable de generar información para diversos objetivos, uno de ellos es desarrollar e implementar un Sistema de Referencia Internacional de Alturas al cual referir los sistemas de alturas de manera única, el datum o la superficie de referencia de los sistemas de alturas físicas a nivel mundial. Siguiendo con esta visión, actualmente en los países miembros del Sistema de Referencia Geodésico para las Américas (SIRGAS), se busca la unificación de Redes Verticales Nacionales, que sirvan de insumo en el establecimiento de un Sistema Vertical de Referencia SIRGAS de escala continental, que posteriormente, sea integrado al IHRS.

2.2 Modelos teóricos de la Tierra: elipsoide y geoide

Para definir la forma y dimensiones de la Tierra, la Geodesia plantea modelos que puedan recoger la complejidad natural de la superficie terrestre y expresarla de una forma más simple y fácil de manejar. Estos modelos involucran dos conceptos básicos: el elipsoide de referencia y el geoide.

Elipsoide

Un modelo básico de la Tierra asemeja su forma a una figura geométrica simple, sencilla de manejar y permite la aplicación de conceptos geométricos por lo que puede expresarse mediante una ecuación matemática, estableciendo la base práctica para el trabajo con coordenadas y la definición de sistemas de referencia.

La Tierra no es una esfera perfecta, debido a su propio movimiento de rotación es achatada en los polos, por lo que la figura geométrica que más se asemeja a la forma de la Tierra es el elipsoide (Figura 2)(Zakatov, 1997).

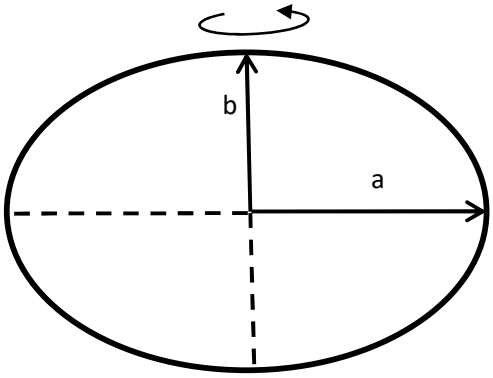


Figura 2. *Elipsoide.*

Se caracteriza por ser una elipse que al girar sobre su propio eje vertical genera un modelo en equilibrio con una superficie curvilínea regular, definido por los siguientes parámetros y ecuaciones. Los parámetros físicos más importantes de un sistema y que forman parte de la definición del *datum* cuando se realiza la determinación del sistema de forma dinámica, involucran un conjunto de variables, como las dimensiones del elipsoide, la constante de gravitación terrestre, velocidad angular de la Tierra. (Tabla 1).

***Tabla 1**. Parámetros que definen el datum dinámico.*

Semieje mayor	*a*	*Obtenidas a partir de medidas SLR y Doppler*
Factor dinámico de deformación	J_2	*Obtenidas a partir de perturbaciones en la órbita de satélites*
Constante de gravitación geocéntrica	*GM*	*Obtenidas a partir de SLR, LLR y pruebas espaciales*
Velocidad angular	*ω*	*Obtenidas a partir de medidas astronómicas*

A partir de los parámetros que definen el datum, es posible obtener otras constantes geométricas (Tabla 2).

***Tabla 2.** Constantes geométricas asociadas.*

Semieje menor	*b*	Achatamiento	*f*
Radio polar	*c*	*Reciproco del achatamiento*	f^{-1}
Primera excentricidad	*e*	*Radio humedad*	R_1
Segunda excentricidad	*e'*	Radio de la esfera de la misma superficie	R_2

Geoide

El geoide, es una superficie equipotencial relacionada con la densidad y distribución de masas en el interior de la Tierra, debido a que esta varia, la forma del geoide es irregular (Figura 3), es considerado como el modelo físico que mejor representa el comportamiento y la forma real de la Tierra, dado que obedece de manera directa a los cambios en el campo de gravedad (Jekeli, 2006).

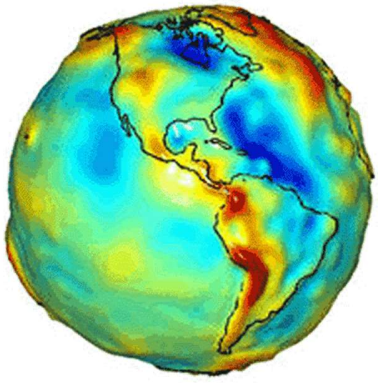


***Figura 3.** Geoide.* Recuperado de https://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA12104_modest.jpg.

La relación entre un valor de altura geodésica o altura elipsoidal *(h)* y la altura geoidal *(N)*, permite determinar alturas ortométricas *(H)*: *h-N=H*. Al contar con un modelo de alturas geoidales, obtener alturas ortométricas se convierte en una tarea simple.

2.3 Sistemas de referencia geodésicos

2.3.1 Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS)

Un sistema de referencia es una definición conceptual de teorías y convenciones, apoyadas en un modelo matemático que permiten situar un sistema de ejes coordenados en el espacio, definiendo su origen y su orientación (Kovalevsky J et al., 1989; Krakiwsky & Wells, 1971). El sistema de referencia terrestre es necesario para la determinación de coordenadas sobre la Tierra y para el estudio del movimiento y deformaciones de la corteza terrestre, por lo que se considera imprescindible en el desarrollo de las diferentes Ciencias de la Tierra, en especial de la Geodesia para la localización de cualquier observación que se realice, principalmente mediante Sistemas Globales de Navegación Satelital. El uso de técnicas de geodesia espacial desde la década de 1980 ha mejorado considerablemente el posicionamiento sobre la superficie de la Tierra, pasando de incertidumbres decimétricas a centimétricas, incluso hasta milimétricas en ciertas observaciones. Sin embargo, cada técnica y cada análisis de datos definen y realizan su propio sistema de referencia terrestre. Por lo tanto, podrían existir una multitud de marcos de referencia terrestre, con diferencias sistemáticas y sesgos cuando se comparan unos con otros. Este hecho llevó a la IUGG y a la IAG a adoptar un sistema de referencia terrestre único para todas las aplicaciones de las ciencias de la Tierra, llamado Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS) (McCarthy D, 1996).

El origen del ITRS está definido por el centro de masa de toda la Tierra, incluidos los océanos y la atmósfera. Su unidad de longitud es el metro (SI) por lo que esta escala es consistente con el tiempo coordenado geocéntrico (TCG), de acuerdo con las resoluciones IAU/IUGG (1991) (Mccarthy D, 1992).

2.3.2 Sistema de referencia WGS84

El WGS84 es un sistema de coordenadas geográficas mundial que permite localizar cualquier punto de la Tierra por medio de tres unidades dadas (*X, Y, Z*), es el sistema de referencia del GNSS (GPS).

El Sistema Geodésico Mundial es un estándar para su uso en la cartografía, Geodesia y navegación. Cuenta con un estándar de coordenadas de la Tierra, un estándar de

referencia de la superficie esférica (el datum o elipsoide de referencia) y una superficie equipotencial gravitacional (el geoide). El origen de coordenadas de WGS 84 está destinado a ser ubicado en el centro de la masa de la Tierra.

El sistema de referencia WGS84 es un sistema global geocéntrico (origen en el centro de masa de la Tierra), definido por un conjunto de parámetros (Tabla 3):

Tabla 3. *Parámetros del sistema de referencia WGS84.*

Semieje mayor	*a*	*6 378 137 m*
Semieje menor	*b*	*6 356 752.3142 m*
Achatamiento	*f*	*1⁄298.257223563*
Constante gravitacional geocéntrica	*GM*	*3.986004415 x 10^{14} m^3/s^{-2}*
Velocidad angular	*ω*	*7.292115 x 10^{-5} rad⁄s*
Coeficiente de forma dinámica	*J_2*	*-484.16685 x 10^{-6}*

2.3.2 Sistema de referencia geodésico GRS80

El Sistema de Referencia Geodésico de 1980 es el elipsoide geocéntrico de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) adoptado internacionalmente para la georreferenciación. Este se basa en la teoría del elipsoide equipotencial que fue la base del Sistema de Referencia Geodésico de 1967, adoptado en la XIV Asamblea General de la IUGG, Lucerna, 1967, sin embargo, debido a que ya no representa el tamaño, la forma y el campo gravitatorio de la Tierra con una precisión adecuada para muchas aplicaciones geodésicas, geofísicas, astronómicas e hidrográficas, fue reemplazado por el GRS80, definido por las constantes convencionales: a, GM, J_2 y ω (Tabla 4) (Moritz, 1980).

Tabla 4. *Parámetros del Sistema Geodésico de Referencia 1980.*

Semieje mayor	*a*	*6378137 m*
Velocidad angular	*ω*	*7292115 x 10^{-11} m*
Constante gravitacional geocéntrica	*GM*	*3.986005 x 10^{14} m^3/s^{-2}*
Factor dinámico de forma no normalizado	*J_2*	*108263 x 10^{-8}*

La elipticidad y el resto de las magnitudes geométricas pasaron a ser magnitudes derivadas (Tabla 5). Además, se específica, que el sistema es geocéntrico coincidiendo con el centro de masas, su orientación y el meridiano de referencia siguen los criterios ITRS.

Tabla 5. *Constantes físicas y geométricas del Sistema Geodésico de Referencia 1980.*

Semieje menor	*b*	*6356752.3141 m*
Excentricidad lineal	*E*	*521854.0097 m*
Radio polar	*c*	*6399593.6259 m*
Primera excentricidad al cuadrado	e^2	*0.00669438002290*
Segunda excentricidad al cuadrado	e'^2	*0.00673949677548*
Achatamiento	*f*	*0.00335281068118*
Reciproco del achatamiento	f^{-1}	*298.257222101*
Cuadrante meridiano	*Q*	*10001965.7293 m*
Radio medio	*R1*	*6371008.7714 m*
Radio de la esfera de la misma superficie	*R2*	*6371007.1810 m*
Radio de la esfera del mismo volumen	*R3*	*6371000.7900 m*
Gravedad Normal en el Ecuador	γ_e	*978032.67715 mGals*
Relación de la aceleración centrifuga con respecto a la Gravedad Normal en el Ecuador	*m'*	*0.00344978600308*

2.3.3 Sistema de referencia SIRGAS

SIRGAS, es una organización panamericana conformada por agencias gubernamentales regionales de geodesia y cartografía, universidades y centros de investigación, que tiene el objetivo de definir y mantener un marco de referencia geocéntrico continental, un sistema de referencia vertical unificado, un modelo de geoide gravimétrico, y una red continental de gravedad absoluta (SIRGAS, 2022).

Para realizar sus actividades SIRGAS se divide en tres grupos de trabajo.

El Grupo de trabajo I (SIRGAS-GTI: Sistema de referencia) responsable de coordinar las actividades necesarias para realizar y mantener el marco de referencia SIRGAS, que involucran el funcionamiento de estaciones de operación continua y análisis adecuado de la red SIRGAS.

El Grupo de Trabajo II (SIRGAS-GTII: SIRGAS en el ámbito nacional) fue creado en 1993 con el propósito de establecer un datum geocéntrico para América del Sur, y a partir de febrero de 2001, de los países centro americanos y del Caribe. Además de la definición del datum, el SIRGAS-GTII se ocupó de adelantar un diagnóstico sobre el estado de los sistemas de referencia locales existentes en América del Sur, con el

objetivo de diseñar una estrategia para su integración (o modernización) en el nuevo sistema SIRGAS.

El SIRGAS-GTIII (Datum vertical) fue establecido durante la Asamblea General de la IAG llevada a cabo en Río de Janeiro en 1997(Inoue & Guimarães, 2025). Sus principales objetivos son definir un sistema de referencia vertical unificado para SIRGAS, establecer el marco de referencia correspondiente hacia un sistema moderno global y transformar los sistemas clásicos de alturas existente, que de acuerdo con el diagnóstico elaborado por México forma parte de SIRGAS, se apoya en El Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) para realizar las actividades correspondientes al área de la Geodesia. El Sistema de Referencia Geodésico para las Américas (SIRGAS) es una organización panamericana conformada por agencias gubernamentales regionales de geodesia y cartografía, universidades y centros de investigación, que tiene el objetivo de definir y mantener un marco de referencia geocéntrico continental, un sistema de referencia vertical unificado, un modelo de geoide gravimétrico, y una red continental de gravedad absoluta (SIRGAS, 2022).

La realización (materialización) de SIRGAS se adelantó inicialmente, mediante dos campañas GPS, la primera en 1995 (SIRGAS95) con 58 estaciones; la segunda en 2000 (SIRGAS2000) con 184 estaciones. Actualmente, SIRGAS está materializado por una red de estaciones GNSS de funcionamiento continuo con coordenadas de alta precisión (asociadas a una época específica de referencia) y sus cambios a través del tiempo (velocidades de las estaciones). La red SIRGAS de funcionamiento continuo (SIRGAS-CON) está compuesta en la actualidad por cerca de 500 estaciones distribuidas en las Américas y el Caribe. La operabilidad de SIRGAS-CON se fundamenta en la contribución voluntaria de más de 50 entidades, que han instalado las estaciones y se ocupan de su operación adecuada para, posteriormente, poner a disposición de los centros de análisis la información observada (SIRGAS, 2022).

Debido a la mejora de los marcos geodésicos de referencia mediante la instalación de un número mayor de estaciones GNSS de operación continua que deben ser integradas consistentemente en el marco de referencia continental, para su procesamiento y calculo la red SIRGAS-CON se divide en:

Una red de cobertura continental (SIRGAS-C), densificación primaria del ITRF en las Américas y el Caribe, con estaciones estables, de funcionamiento óptimo, que garantizan consistencia, perdurabilidad y precisión del marco de referencia a través del tiempo.

Redes nacionales de referencia (SIRGAS-N), que densifican la red continental y proveen acceso al marco de referencia a nivel nacional y local.

Tanto la red continental como las nacionales tienen las mismas características y calidad y cada estación es procesada por tres centros de análisis, son calculadas por los Centros Locales de procesamiento. Estos Centros generan soluciones semanales semilibres (poco restringida) de las redes SIRGAS-N, las cuales son combinadas con la red continental SIRGAS-C (Figura 4).



Figura 4. *Centros de análisis y combinación de la red SIRGAS-CON (Sánchez et al., 2013).*

2.3.4 Sistema de Referencia Internacional de Alturas (IHRS)

De acuerdo con los planteamientos modernos, la realización del Sistema de Referencia Internacional de Alturas (IHRS, *International Height Reference System*) debe referirse al nivel de referencia convencional W_0 (valor de potencial de gravedad en el geoide). Este sistema debe basarse en alturas físicas, es decir, derivadas de nivelación geométrica en combinación con reducciones gravimétricas o del modelado

de alta resolución del campo de gravedad terrestre y estar asociadas a una época específica de referencia, por lo tanto, se considera el cambio de las alturas y su nivel de referencia con respecto al tiempo.

Un Marco de Referencia Internacional de Alturas (IHRF, *International Height Reference Frame*), permite contar con información homogénea, compatible y comparable, para lograr los objetivos de proveer un marco fiable para un análisis consistente y modelar los fenómenos globales y procesos que afectan a la Tierra, y además, apoyar la combinación precisa de las alturas físicas y geométricas con el propósito de explotar al máximo las ventajas de la geodesia satelital (por ejemplo, la combinación del posicionamiento satelital y los modelos del campo gravitatorio para la unificación mundial de alturas) (Silva et al., 2022).

La realización de este sistema de referencia debe referirse al nivel de referencia convencional W_0 adoptado en la Resolución No. 1, 2015, de la IAG, sobre la "Definición y realización de un sistema internacional de referencia de alturas (IHRS)" (Drewes et al., 2016), donde la IAG reconoce que para determinar e investigar los cambios globales de la Tierra, los sistemas de referencia geodésica requieren estabilidad a largo plazo y homogeneidad mundial.

Para lograr tanto la definición como la realización del IHRS, se requieren normas y convenciones que permitan una definición coherente y confiable, por lo que se han se han establecido las siguientes convenciones (Drewes et al., 2016; Ihde et al., 2017):

1. El nivel de referencia vertical es una superficie equipotencial del campo gravitatorio de la Tierra con el valor geopotencial W_0 (en el geoide);
2. Los parámetros, observaciones y datos estarán relacionados con el sistema de marea media / corteza media;
3. La unidad de longitud es el metro y la unidad de tiempo es el segundo (SI);
4. Las coordenadas verticales son las diferencias $-\Delta W_P$ entre el potencial W_P de el campo de gravedad terrestre en los puntos P considerados, y el valor del potencial geoidal W_0; la diferencia de potencial $-\Delta W_P$ también se designa como número de geopotencial C_P: $-\Delta W_P = C_P = W_0 - W_P$;

5. La referencia espacial de la posición P para el potencial $W_P = W(X)$ esta relacionada como coordenadas X del Sistema Internacional Terrestre de Referencia; W_0= 62 636 853.4 m^2/s^{-2} como realización del valor potencial del nivel de referencia vertical para el IHRS.

Uno de los principales objetivos del IHRS es proveer un marco fiable para un análisis consistente que permita modelar los fenómenos globales y procesos que afectan el campo gravitacional terrestre y la superficie geométrica de la Tierra. Consecuentemente, la superficie de referencia correspondiente (geoide para alturas ortométricas o cuasigeoide para alturas normales) debe determinarse de manera unificada en todo el continente" (SIRGAS, 2022).

2.3.4.1 Datum vertical

Un datum vertical, es la superficie de referencia de la que se parte para determinar posiciones verticales, o elevaciones, en la superficie terrestre, con respecto al datum.

En la geodesia moderna, se busca determinar la coordenada vertical de manera simultánea con la posición horizontal, con el objetivo de establecer un sistema de referencia de alturas global unificado, o referido a mismo datum.

Debido a que en la geodesia clásica los sistemas de alturas son obtenidos de manera independiente y están referidos al nivel medio del mar tomados por diferentes mareógrafos en distintos lugares, existen cientos de sistemas de alturas físicas locales y regionales que presentan inconsistencias entre un sistema y otro, como consecuencia de estar referidos a diferentes datum, la información no es compatible y comparable, por lo tanto, no permite determinar cambios globales (Figura 5).

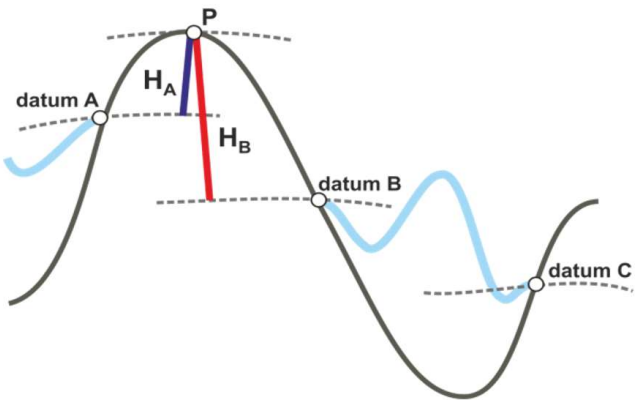


Figura 5. *Datums verticales locales, (Sánchez, 2020).*

El inicio del nivel medio del mar con respecto a un tiempo específico es denominada Topografía del Nivel Medio del Mar (TNMM) o Superficie topográfica del mar (SSTop, por sus siglas en ingles), establecido a partir de la lectura de una o varias estaciones mareográficas durante un periodo de tiempo y reduciendo estas mediciones a una época específica, con un intervalo de tiempo. Todas las alturas se refieren a este dato de referencia vertical adoptado. El nivel medio del mar en una época posterior no coincide con esta superficie de referencia. El Sistema de Referencia Vertical Europeo, (EVRS, por sus siglas en inglés, *European Vertical Reference System*) (Figuras 6) y el Sistema de Referencia Geodésico para las Américas (SIRGAS) (Figura 7) consideran estos requerimientos en sus estrategias, y realizaron comparativos entre los diversos datum utilizados en diferentes países.

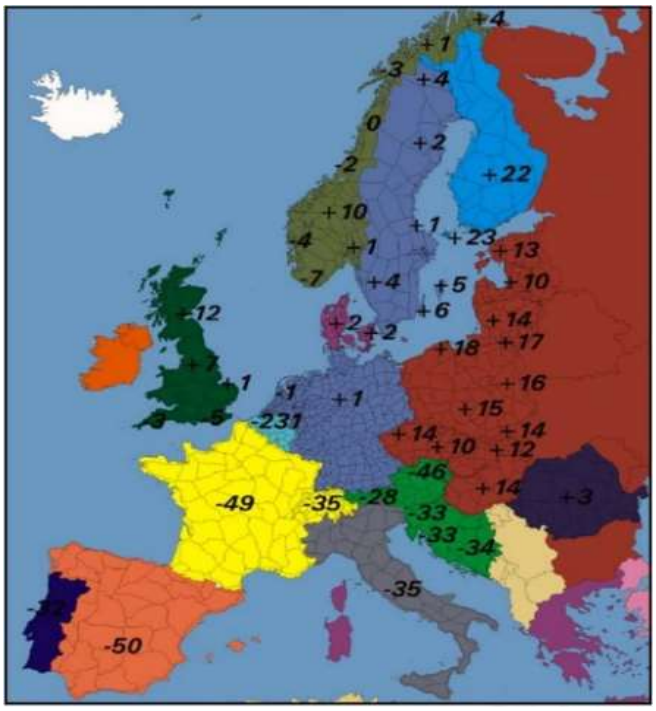


Figura 6. *Comparativo entre Sistema de Referencia Vertical Europeo (Ihde & Sánchez, 2005).*

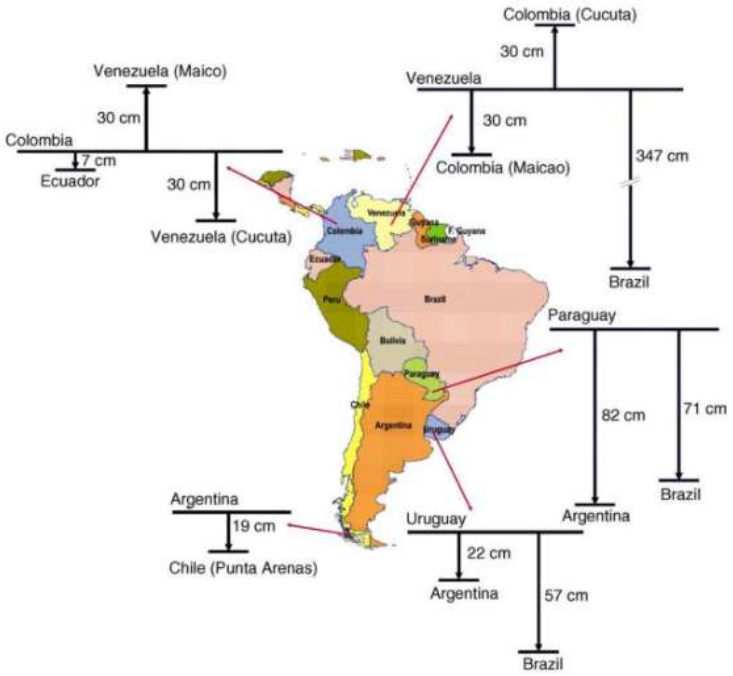


Figura 7. *Comparativo entre sistemas de referencia vertical en América del Sur (Ihde & Sánchez, 2005).*

En México se han identificado discrepancias de diversa magnitud entre los valores de referencia de la *red geodésica vertical*, que se deben a los diferentes mareógrafos en los que se basó el NAVD29 (*National American Vertical Datum of 1929*) para su establecimiento. La necesidad de producir información homogénea, compatible y comparable bajo estándares internacionales, originó el cambio al NAVD88 (*National American Vertical Datum of 1988*) en el año 2010 conforme a las normas técnicas *del sistema geodésico nacional* (INEGI, 2010), (Dávalos Naranjo, 2016).

Aunado a lo anterior, es de resaltar la baja densidad en cobertura de la *red geodésica gravimétrica*, uno de los datos necesarios para el establecimiento de un sistema consistente de alturas que responda a los requerimientos actuales. De igual forma, es necesario integrar la información mareográfica, para determinar un origen común de alturas e integrar la información gravimétrica, alturas físicas y posicionamiento geoespacial mediante observaciones satelitales geodésicas.

La definición de un sistema de referencia de altura global se basa en una superficie media del mar, parámetros del campo de gravedad y un marco de referencia terrestre tridimensional. Donde, las mediciones mareográficas, de gravedad en la Tierra y desde

el espacio, altimetría satelital, coordenadas ITRF y nivelación deben combinarse para la realización del marco de referencia vertical. Las observaciones y parámetros utilizados deben ser consistentes con respecto a los estándares, convenciones y modelos establecidos. En ese sentido es necesario considerar que los datos utilizados para su determinación se obtienen adoptando diferentes conceptos de mareas. Estos conceptos difieren como consecuencia de que el Sol y la luna, se mueven cerca del Ecuador y una parte considerable de las mareas no varía periódicamente con el tiempo, por lo que se considera permanente. La marea permanente, es baja en las zonas polares y alta en la zona ecuatorial (Mäkinen & Ihde, 2009) (Mäkinen, 2021).

Para hacer frente a la deformación permanente provocada a la Tierra y al campo de gravedad por la marea permanente, se utilizan dos conceptos para la forma geométrica de la Tierra (marea libre y media) y tres conceptos para el campo de gravedad (marea libre, marea y cero).

1. En el concepto de marea libre (sin mareas), se elimina la deformación permanente de la forma geométrica de la Tierra, asumiendo que el sol y la luna no existen (o se mueven al infinito), por lo que se aleja de la realidad. Por convención el ITRS/ITRF utiliza este concepto, así como Algunos modelos de gravedad global (GGM).
2. En el concepto de marea media, no se elimina el efecto permanente de la forma geométrica de la Tierra y corresponde al promedio a largo plazo de la fuerza de las mareas. Refleja los efectos constantes causados por el sol y la luna sobre la tierra (campo potencial de gravedad y geometría). La altimetría satelital, números geopotenciales y valores del IGSN71 hasta 1979 utilizan este concepto.
3. El concepto de marea cero: para el campo potencial es el de la “Tierra promedio”, el campo de gravedad es generado únicamente por las masas de la Tierra (más la fuerza centrífuga). El concepto de marea cero es idéntico al concepto de marea media para la forma geométrica de la Tierra. Afecta sólo al campo potencial de gravedad de la Tierra, pero no su figura, es decir, se asume que la marea cero y la marea media para la superficie terrestre (corteza) son idénticas.

2.3.4.2 Números geopotenciales y sistemas alturas

A nivel global se busca la unificación de los Sistemas de Referencia Vertical, que permita contar con información compatible y comparable. Ante la necesidad de actualizar los sistemas locales, se crearon convenciones para la realización de un Sistema de Referencia Internacional de Alturas, el cual se define en términos de cantidad de potencial. El propósito central es referir los números geopotenciales *(C)* (diferencia de potencial entre geoide *(W_0),* y otro punto en la superficie terrestre *(W_P)*) a la misma superficie equipotencial *(W_0^{IHRS})*, cuya definición es de carácter global.

$$C = W_0 - W_P \tag{1}$$

La unidad de los números geopotenciales es [m^2/s^{-2}], la cual no representa una longitud, haciendo que su utilización en la práctica no sea conveniente. Estos números pueden ser expresados en unidades de distancia al ser divididos por algún valor convencional de gravedad:

$$altura(H) = \frac{número\ geopotencial\ (C)}{valor\ de\ gravedad\ (G)} \tag{2}$$

La clase de altura *(H)*, dependerá del tipo de gravedad *(G)*, incluida. Si *G* corresponde al valor medio de gravedad teórica (normal), entre la estación y la superficie de referencia ($\bar{\gamma}$), la altura calculada será normal *(H*)*. Mientras que, si *G* equivale a un valor constante de gravedad teórica para un punto arbitrario (γ_0), *H* es conocida como altura dinámica *(H´)*. Finalmente, si *G* es igual al valor medio de gravedad real entre el geoide y la estación evaluada ($\bar{g}$), la altura estimada es llamada ortométrica *(H)*.

Todos estos sistemas se basan en que el número geopotencial C está en función de la posición solamente. No existen entonces errores de cierre como ocurre con las diferencias de nivel geométrico. Desde un punto de vista puramente práctico, los requerimientos deseados para un sistema de alturas son:

-. Eliminación de los errores de cierre.

-. Las correcciones a las alturas medidas deberán ser lo más pequeñas posibles.

Es necesario analizar las variables en el cálculo de sistemas de alturas modernas, se requieren valores de desnivel, posición y aceleración de gravedad, así como diferentes modelos del geoide, que permitan seguir los diferentes enfoques sugeridos en la literatura elaborada por diversos autores.

Dentro de las posibilidades para la determinación de los números geopotenciales deducidos de la nivelación y las reducciones de gravedad, se realizó un comparativo entre datums locales en América del Sur y valor geopotencial de referencia W_0, donde se determinaron las discrepancias, entre los sistemas de Alturas utilizados actualmente, y el valor de referencia para los Sistemas de alturas modernos (Figura 8).

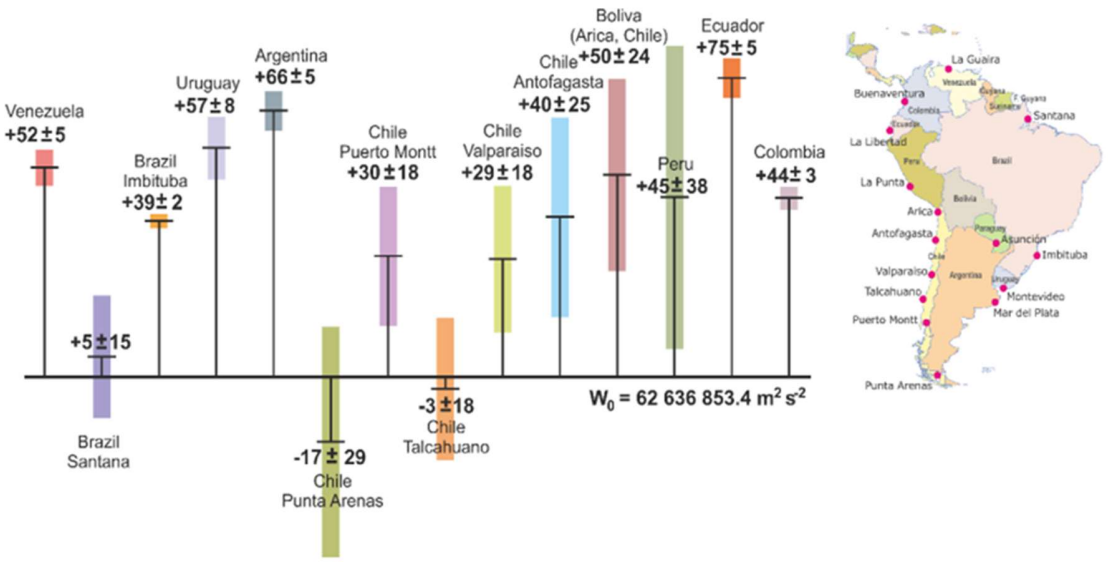


Figura 8. *Discrepancias entre datums locales en América del Sur y valor geopotencial de referencia (W_0) (Sánchez & Sideris, 2017).*

La fiabilidad depende de las limitaciones de los sistemas de altura existentes, en particular la fuerte acumulación de errores sistemáticos en la nivelación de extensos territorios y la imposibilidad de referir las alturas niveladas a una época determinada.

Esta opción es útil para transformar Sistemas de Alturas locales existentes, al Sistema de Referencia Internacional de Alturas, pero puede ser deficiente para cálculos precisos de carácter global.

2.3.5 Sistema Internacional de Gravedad Terrestre

El Sistema Internacional de Gravedad Terrestre es un sistema de referencia geodésico derivado de un conjunto de estándares y valores, utilizado para medir la gravedad de manera precisa en diferentes regiones de la Tierra. La gravedad terrestre varía según la ubicación, altitud entre otros factores (Heiskanen & Moritz, 1967; Torge, 2001). El Marco de Referencia Gravimétrico Internacional tiene como objetivo proporcionar una referencia gravimétrica global a común para estudios técnicos y científicos, basado en una serie de estaciones de referencia distribuidas por toda la superficie terrestre, en las cuales se realizan mediciones gravimétricas absolutas comparables y confiable a nivel global.

Derivado de la importancia de la gravimetría terrestre en el monitoreo de los procesos de cambio global en las que se requiere un sistema de referencia estable que refleje la precisión de medición alcanzable con los gravímetros modernos, durante la última década, la IAG a través del Grupo de Trabajo 2.1.1, ha desarrollado la propuesta de definición del Marco y Sistema de Referencia de Gravedad Terrestre Internacional (ITGRS/ITGRF, *International Terrestrial Gravitational Reference Frame and System*) para lograr un registro global preciso, homogéneo y a largo plazo de la gravedad terrestre, aprovechando al mismo tiempo el potencial de las mediciones de gravedad absoluta actuales que ha dado lugar a varias resoluciones de la IAG desde 2019 (ver https://iag-aig.org/doc/GH2020/209_IAG%20Resolutions.pdf; https://www.iag-aig.org/doc/651bd7f2e3cbf.pdf (Poutanen & Rózsa, 2020).

El ITGRS/ITGRF tiene como objetivo reemplazar la Red Internacional de Normalización de la Gravedad de 1971 (IGSN71) desarrollada en los años 70 (Morelli C. et al., 1972). Para que el nuevo sistema de referencia de gravedad sea accesible a cualquier usuario y logre reemplazar la red IGSN71 vigente, es necesario construir una infraestructura basada en observaciones de gravedad absoluta, en la que la participación de agencias nacionales es fundamental (Wziontek et al., 2021).

El estado actual del Sistema y Marco de Referencia Internacional de Gravedad se presenta de acuerdo con el trabajo, “Establecimiento de un sistema de referencia global de gravedad absoluta” durante el período 2015-2019 (Drewes & Kuglitsch,

2019). La necesidad de establecer el nuevo sistema de referencia de gravedad se deriva de la discrepancia que existe entre en la alta precisión que se obtiene con los gravímetros absolutos modernos y el sistema de referencia de gravedad vigente de la IAG (IGNS71) (Wilmes et al., 2018).

La implementación del nuevo sistema de referencia de gravedad se basará en los estándares y convenciones internacionales de la IUGG. En 2015 durante la Asamblea General de la IUGG realizada en Praga, la IAG adoptó la Resolución n.º 2 e inició el establecimiento de un Sistema Global de Referencia de Gravedad Absoluta.

Las variaciones de gravedad registradas en un sistema de referencia absoluto complementan el Marco de Referencia Geodésico Global. La gravedad absoluta es muy valiosa para proporcionar una referencia de gravedad global precisa y unificada, así como para la observación e investigación del levantamiento postglacial (Timmen et al., 2012), los cambios en la altura tectónica (Van Camp et al., 2011), transporte de masa de fluidos geofísicos y otros efectos (Forsberg et al., 2005).

2.4 Marcos de referencia geodésicos

2.4.1 Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF)

La materialización de un sistema de referencia a través de observaciones, por un conjunto de puntos con coordenadas y velocidades conocidas en ese sistema de referencia es denominado Marco de referencia (Furones, 2010). Las realizaciones del ITRS son producidas por el Centro de Productos (ITRS-PC) bajo el nombre de Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF). La IAG recomienda el ITRF como marco de referencia terrestre estándar para el posicionamiento, la navegación por satélite y las aplicaciones en ciencias de la Tierra, así como para la definición y alineación de marcos de referencia nacionales y regionales (Poutanen M & Rózsa S, 2020).

Un marco de referencia proporciona un conjunto de coordenadas de puntos localizados sobre la superficie terrestre, estas coordenadas se obtienen mediante combinación de soluciones individuales calculadas por los centros de análisis del IERS utilizando técnicas de la Geodesia Espacial de redes de estaciones GNSS, VLBI, SLR, LLR y DORIS distribuidas en toda la Tierra. Este método de combinación ha

demostrado su eficacia para generar un marco de referencia global que aprovecha las ventajas de todas estas técnicas.

En el año de 1984 se estableció por primera vez un ITRF, el cual era un marco de referencia terrestre combinado (BTS84, *BIH Terrestrial System 1984*), en el que se utilizaron coordenadas derivadas de VLBI, LLR, SLR y Doppler/TRANSIT (Boucher C & Altamimi Z, 1985). El constante desarrollo de los instrumentos utilizados en las técnicas de medición y la disponibilidad de datos posibilitan actualizaciones del ITRF cada vez más frecuentes. Para la realización de cada nuevo ITRF se utiliza la mayor cantidad de datos disponibles y se incorporan nuevas estaciones; por ejemplo, la realización del ITRF2008 constó de 934 estaciones (Altamimi, 2010). Mientras que las ultimas realizaciones: ITRF2014 y ITRF2020, se integró con 1499 estaciones ubicadas en 975 sitios (Altamimi et al., 2016); y 1835 estaciones localizadas en 1243 sitios (Altamimi et al., 2023), respectivamente.

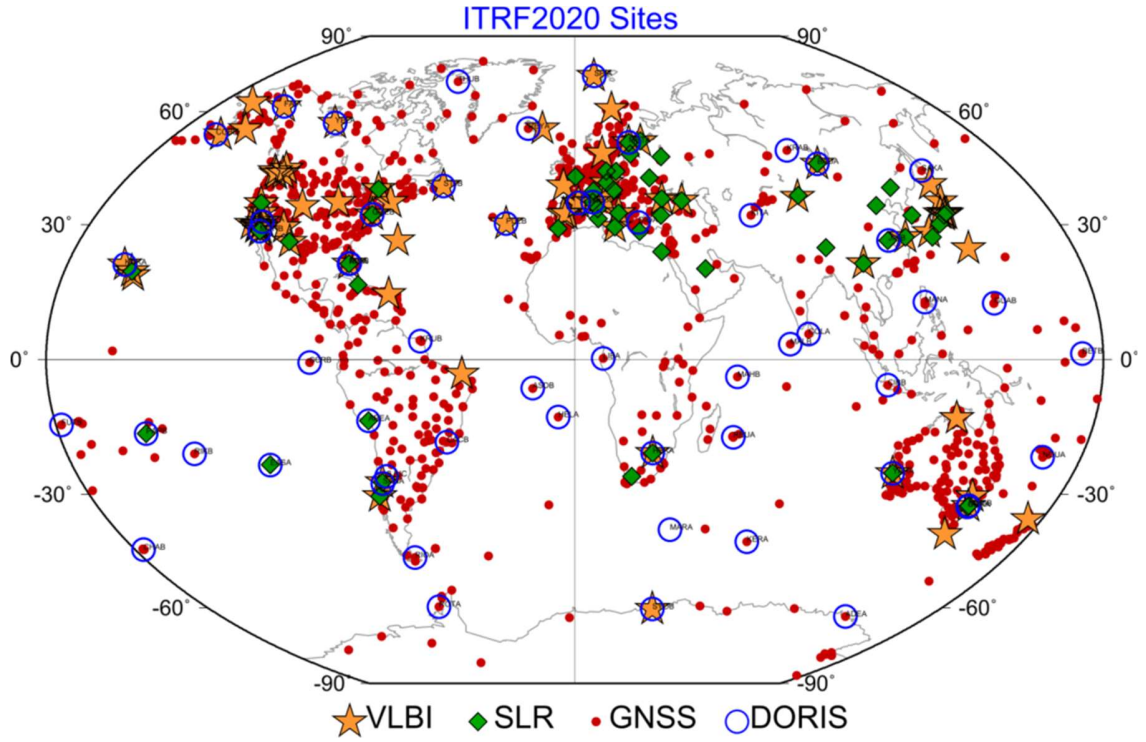


***Figura 9**. Red ITRF2020 Destacando VLBI, SLR y Sitios DORIS ubicados junto con GNSS (Altamimi et al., 2023).*

2.4.2 Marco de referencia ITRF2008

ITRF2008 es la realización del Sistema Internacional de Referencia Terrestre utilizado en México para referir los trabajos geodésicos de acuerdo con la normatividad vigente. Siguiendo el procedimiento ya utilizado para la formación ITRF2005, el ITRF2008 utiliza como datos de entrada series de tiempo de posiciones de estaciones y Parámetros de Orientación Terrestre (EOPs) proporcionados por los Centros Técnicos de las cuatro técnicas geodésicas espaciales (GPS, VLBI, SLR, DORIS) (ITRF, 2020). Para obtener las coordenadas de las estaciones de la RGNP en el marco ITRF2008, época 2010.0, se cuenta con un modelo o algoritmo matemático para realizar la transformación de coordenadas, cuyo insumo de entrada son las coordenadas del ITRF92, época 1988.0 de los vértices. La responsabilidad de realizar la transformación de los puntos de la RGNP es del INEGI, así como publicar sus coordenadas en el ITRF2008, época 2010.0 en el portal institucional, para consulta del usuario. Debido al comportamiento dinámico de la Tierra en el tiempo, las redes geodésicas sufren distorsión, ya que la posición de los puntos en el marco de referencia se mantiene fija conforme a la época oficial, en tanto que la superficie terrestre se mueve.

El marco de referencia ITRF2008 época 2010.0 permite obtener coordenadas de mayor precisión, respecto al marco de referencia utilizado anteriormente en México (ITRF92, época 1988.0, garantiza una solución estable y evita obsolescencia del Marco Geodésico Nacional para comparar y estandarizar resultados en el ámbito internacional (INEGI, 2011).

2.4.3 Marco de referencia vertical SIRGAS

La realización del nuevo sistema de referencia vertical para SIRGAS debe ser una densificación regional del Marco de Referencia Internacional de Alturas (IHRF: International Height Reference Frame). Dos componentes son consideradas: una geométrica y una física. La componente geométrica corresponde a alturas elipsoidales referidas al datum SIRGAS, mientras que la componente física está dada en cantidades potenciales (W_0 como nivel de referencia y números o cotas geopotenciales como coordenada vertical primaria).

SIRGAS inició en la Conferencia Internacional para la Definición de un Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur celebrada en Asunción, Paraguay, en 1993, la cual fue convocada y patrocinada por la Asociación Internacional de Geodesia, el Instituto Panamericano de Geografía e Historia (IPGH) y la Agencia de Mapeo de la Defensa Nacional (NIMA, *US Defense Mapping Agency*). Actualmente, Agencia Nacional de Inteligencia Geoespacial (NGA, *National Geospatial-Intelligence Agency*). Su objetivo, es proveer el soporte necesario para el desarrollo y combinación de todo tipo de actividades prácticas y científicas relacionadas con la determinación precisa de coordenadas, navegación, investigación en geociencias y aplicaciones multidisciplinarias. Además del sistema de referencia geométrico, SIRGAS se ocupa de la definición y realización de un sistema vertical de referencia basado en alturas elipsoidales como componente geométrica y en números geopotenciales (referidos a un valor W_0 global convencional) como componente física (Figura 10).

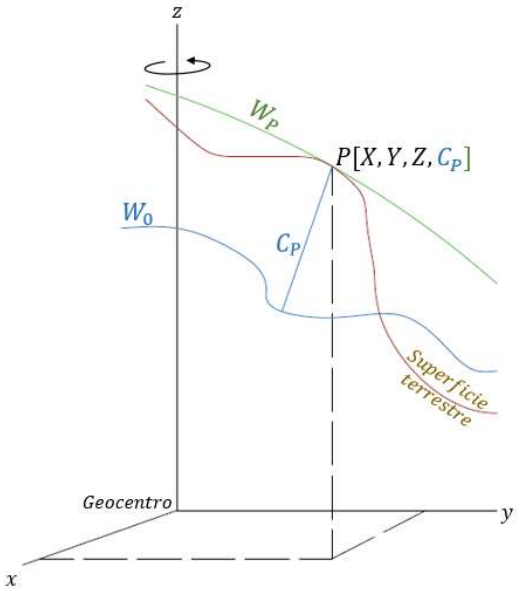


Figura 10. *Definición y propuesta de realización del Sistema Internacional de Referencia de Alturas (Sánchez L, 2020)*

Así como, proporcionar superficies de referencia globalmente unificadas (geoide o cuasigeoide, respectivamente, y superficie media del mar).

2.4.4 Marco gravimétrico

Los estudios gravimétricos se inician en México en el año de 1912, cuando se mide y establece la base gravimétrica adjunta al Observatorio Nacional de Tacubaya. A partir de esa fecha se han tomado un sin número de lecturas, quizás del orden de cientos de miles, que han sido utilizadas para fines muy diversos, entre los que se pueden mencionar la exploración petrolera, minera y geotérmica; los trabajos geodésicos y algunos trabajos de investigación, realizadas de acuerdo a las necesidades y facilidades del grupo que las desarrolló, dando como resultado la utilización de instrumentos diferentes y puntos de referencia (topográficos y gravimétricos) arbitrarios, sin que se haya intentado poner toda la información bajo un solo marco de referencia. Para dar solución a este problema, se establece la Red Internacional de la Estandarización de la gravedad de 1971 (IGSN71, por sus siglas en inglés, *The International Gravity Standardization Net 1971*) (Figura 11), para proporcionar un sistema uniforme de referencia absoluta con el fin de que todas las mediciones de gravedad relativa sean referidas (Antokoletz, 2021). Dicha red mundial consta de 24 000 mediciones con gravímetros relativos, 1 200 mediciones con péndulos y 10 medidas absolutas colectadas a lo largo de veinte años, se ajustó por un pequeño grupo de trabajo especial de la Comisión de Estudio de la Asociación Internacional de Geodesia, discutido y aprobado dentro de la misma Asociación y adoptada en la XV Asamblea General de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica en Moscú, agosto 1971 (INEGI, 2017).

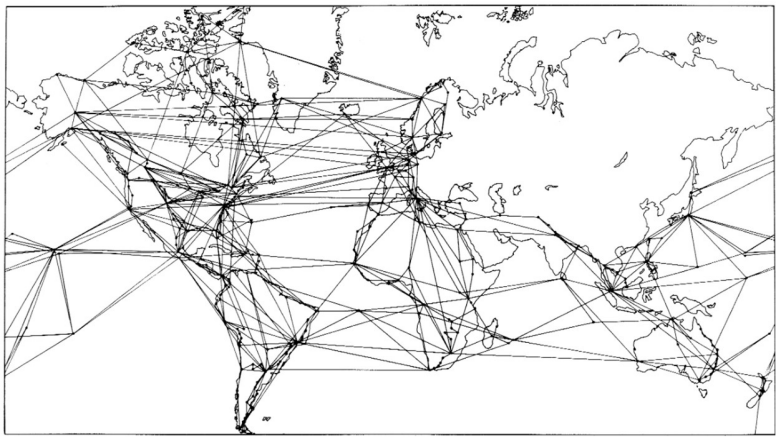


Figura 11. *Conexiones gravimétricas IGSN71 (Morelli C., 1999)*

Actualmente, en México hay 19 puntos de gravimetría absoluta (INEGI, 2021) denominados Estaciones Gravimétricas Absolutas (EGA) (Figura 12), de los cuales 2 están asociados a SIRGAS, ubicados en Yucatán y Campeche. Cuenta con 5 líneas de calibración absoluta, una en Baja California, otra en Yucatán, otra en Veracruz, otra en Aguascalientes y una más en Durango, distribuidos de tal manera que se tenga cobertura en todo el territorio mexicano y a partir de ellos se puedan obtener el valor de gravedad en puntos de interés por medio de interpolación. Además, se está trabajando en la densificación de la red gravimétrica relativa de segundo orden. Las nuevas EGA son puntos de acceso al estándar de referencia mundial moderno.

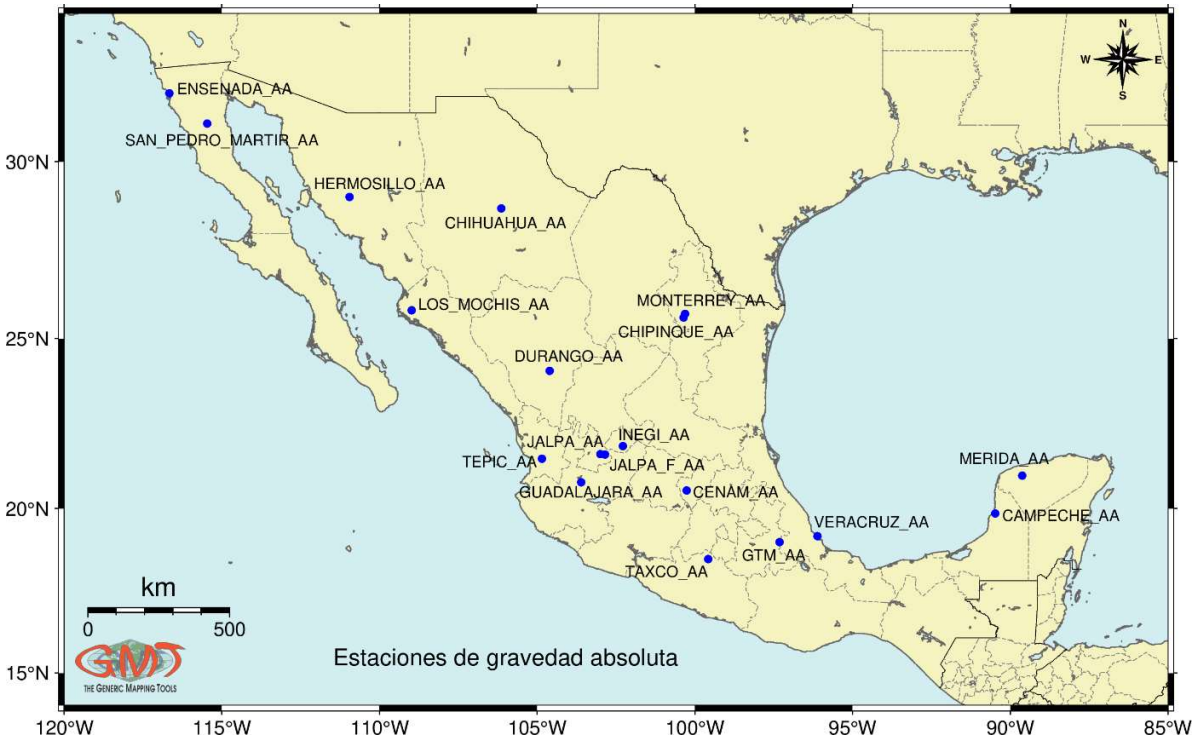


Figura 12. *Estaciones de gravedad absoluta, (INEGI,2018).*

Dicho estándar debe ser considerado como una referencia independiente del estándar normativo actual, que data de 1971. Cuantitativamente la diferencia en valores de gravedad expresados de un estándar a otro es menor de 1 mGal. Las estimaciones más recientes confirman que la diferencia es variable por regiones al interior de México, con magnitudes que van de 0.050 a 0.200 mGal para la mayoría de los casos (INEGI, 2017).

Capítulo III

En el presente capítulo se describen y desarrollan las tres posibilidades o metodologías a seguir para el cálculo del valor de potencial de gravedad en puntos ubicados en la superficie de la Tierra, mediante conjuntos de datos geodésicos con diferentes características en cuanto a su origen, calidad y/o localización. Además, se determinan números geopotenciales que posteriormente se dividen por el valor de gravedad media del lugar, con los que se representan alturas ortométricas para realizar un comparativo en unidades de distancia, así como el análisis de los resultados que se pueden alcanzar a partir de la información disponible actualmente en México.

3 Metodología para el cálculo de sistemas de alturas modernos y sus precisiones

Modernizar los sistemas de alturas actuales hacia un Sistema de Referencia Internacional de Alturas, implica realizar un marco de referencia que lo materialice, este sistema de referencia incluye dos componentes: una física, en la cual se establece una red de puntos de referencia materializados con pilares o instrumentos de observación, y una matemática, que determina las coordenadas asociadas al sistema de referencia. Las coordenadas de los puntos de referencia se obtienen a partir de mediciones siguiendo la definición del sistema de referencia. “La implementación del IHRS requiere principalmente de una red global de referencia, la determinación de coordenadas precisas (W, $\dot{W}$; potencial de gravedad y su variación temporal, respectivamente), (X, $\dot{X}$; posición en el ITRF y su variación temporal, respectivamente)) en las estaciones de referencia, establecer estándares, convenciones y procedimientos detallados para asegurar que la realización (IHRF), así como, una infraestructura operacional y organizacional que garantice el mantenimiento, la continuidad y la disponibilidad del IHRF a largo plazo” (Sánchez et al., 2020; C. Tocho & Vergos, 2016).

Atendiendo el **problema de unificar las alturas globales** se propone realizar cálculos combinando modelos de campo de gravedad de alta resolución y coordenadas

geocéntricas de puntos en la superficie terrestre, utilizando como referencia valor de potencial del geoide establecido por convención. Además, utilizar la altura de puntos referidos al Sistema Geodésico Vertical nacional, sus coordenadas GNSS geocéntricas, y diferentes modelos del geoide. Con lo que podemos determinar la diferencia entre el valor geopotencial de gravedad del punto con respecto al valor de potencial del geoide.

La metodología por seguir durante la investigación que permita calcular sistemas de alturas modernos y determinar cómo influye la calidad de los datos utilizados en los diferentes procedimientos de cálculo, seguirá el proceso planteado en el diagrama metodológico mostrado en la figura 13.

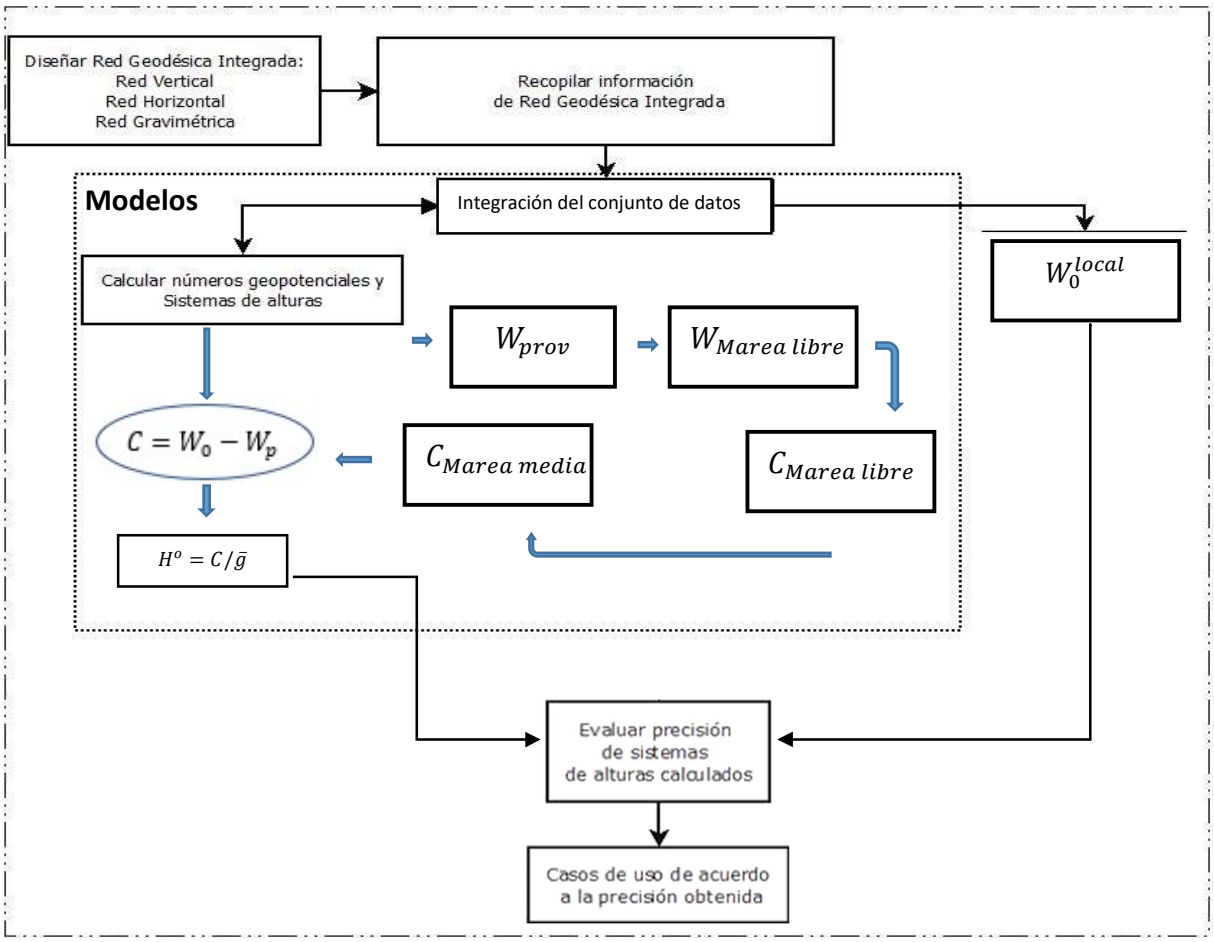


***Figura 13**. Esquema metodológico.*

Como primer paso, se plantea diseñar una red integrada por estaciones geodésicas que pertenezcan a la Red Geodésica Vertical, Horizontal y Gravimétrica. Para esta red

se seleccionarán un conjunto de vértices que además de formar parte de las Redes mencionadas, estén localizados cerca de una estación de monitoreo continuo para analizar el potencial de gravedad obtenido en las diferentes regiones del país que pudieran ser propuestas como una densificación Nacional del IHRF. Las características tomadas en cuenta son deseables de acuerdo con la guía para selección de estaciones IHRF (SIRGAS, 2021). En total se experimentó con tres conjuntos de datos diferentes, los cuales se presentan a detalle en el Capítulo IV.

A partir de los vértices seleccionados, se analizaron las particularidades metodológicas utilizadas para la obtención del conjunto de datos, la precisión alcanzada y la época a la que se encuentran referidos.

Posteriormente, se calcularon números Geopotenciales y sistemas de alturas para las estaciones o vértices seleccionados, aplicando diversos enfoques metodológicos (Gómez et al., 2024; Guimarães et al., 2022; Ribeiro et al., 2022; Sánchez et al., 2021; Subiza Piña Walter Humberto, 2024; C. N. Tocho et al., 2020; Vidal-Vega et al., 2024), donde los datos geodésicos necesarios son adquiridos de diferentes fuentes, entre las que se encuentran las derivadas de tecnología satelital, que proporcionan cobertura global para la determinación de sistemas de alturas unificados, aunque ofrecen una precisión inferior a las alcanzadas con métodos tradicionales. Por lo que, es de suma relevancia analizar las alturas calculadas utilizando diferentes metodologías utilizando los datos disponibles para cada región.

Aunque existen diversas técnicas o elaboración matemática que permita realizar el cálculo de potencial de puntos sobre la superficie terrestre W(P), para determinar números geopotenciales y alturas modernas, en la literatura se enfocan en tres posibilidades o metodologías a seguir para este cálculo, los cuales se enumeran a continuación:

1.- A partir de modelos globales de gravedad de alta resolución (GGM-HR), de acuerdo con análisis publicados por diversos autores, los modelos con el orden y grado disponible son insuficientes para lograr precisiones milimétricas.

$$W_P = \frac{GM}{r}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}[C_{nm}cosm\lambda + S_{nm}sinm\lambda]P_{nm(cos\theta)}\right] + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos(90° - \theta) \qquad (3)$$

donde: *GM* es la contante gravitacional geocéntrica (producto de la constante gravitacional y la masa de la Tierra); *a* es el semieje mayor del elipsoide; *r, λ, θ* son coordenadas geocéntricas esféricas del punto de cálculo (radio, longitud, colatitud); C_{nm}, S_{nm} son coeficientes armónicos esféricos de grado *n* y orden *m*; P_{nm} son las funciones asociadas de Legendre de grado m y orden n; *ω* es la velocidad angular de la Tierra.

2.- Determinación del geoide o cuasigeoide, a partir del modelado regional preciso del campo de gravedad, donde los datos requeridos son: modelos globales de gravedad, datos terrestres de gravedad (aéreos y marinos), así como modelos topográficos detallados.

Geoide;

$$W(P) = W_0 - \big(h(P) - N(P)\big) * \bar{g}(P) \tag{4}$$

Donde: W_0 es el valor establecido por convención por el IHRS (W_0^{IHRS} = 62636853.4 m^2s^{-2}), $h(P)$, $N(P)$ y $\bar{g}(P)$ son la altura elipsoidal, altura geoidal y gravedad promedio del punto (P), respectivamente.

Con:

$$\bar{g}(P) = g(P) + 0.424\, x10^{-6} * \big(h(P) - N(P)\big) + TC(P) \tag{5}$$

Donde: 0.424×10^{-6} se refiere a la mitad del gradiente de gravedad vertical en la teoría de Poincare-Prey para una densidad de masa topográfica promedio con densidad ρ = 2670 $kg \cdot m^3$, TC(P) es la corrección topográfica debido a la atracción de las masas alrededor del punto (P) (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005).

Cuasigeoide;

$$W(P) = W_0 - \big(h(P) - \zeta(P)\big) * \bar{\gamma}_{QQ_0} \tag{6}$$

donde: h(P) es la altura elipsoidal, ζ(P) es la anomalía de altura del modelo de cuasigeoide. Con $\bar{\gamma}_{QQ0}$:

$$\bar{\gamma}_{QQ_0} = \gamma_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{a} \cdot (1 + f + m - 2f \cdot sen^2\varphi_P) \cdot (h_P - \zeta_P)\right) \tag{7}$$

donde: γ_0 es la gravedad normal sobre elipsoide de referencia; ***a*** es el semieje mayor del elipsoide; ***f*** es el achatamiento; ***m*** es la relación de la aceleración centrifuga con respecto a la Gravedad Normal en el Ecuador (ω^2a^2b/GM); φ_P, h_P, ζ_P son latitud, altura elipsoidal y anomalía de altura del punto (P), respectivamente;
con:

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2\varphi + b\gamma_b \, sen^2\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2 sen^2\varphi}} \quad (8)$$

Donde: ***a, b*** son el semieje mayor y menor del elipsoide; γ_a es la gravedad normal en el ecuador; γ_b es la gravedad normal en los polos; φ es la latitud geodésica.
3.- Conversión de los sistemas de alturas existentes al IHRF, donde lo necesario es contar con los sistemas de alturas realizados.

$$W_P = \left(W_0^{local} + \delta W\right) - C_P \; ; \; \delta W = W_0^{IHRF} - W_0^{local} \quad (9)$$

Donde: W_0^{local} es el datum vertical local; ∂W es el sesgo entre el datum vertical global y el datum vertical local; C_P es el número geopotencial del punto (P).
La primera posibilidad para calcular el potencial del campo de gravedad de la Tierra en un punto dado (φ,λ,h), consiste en utilizar un modelo global de gravedad, en el que se combinan mediciones satelitales con datos terrestres en términos de armónicos esféricos. Por lo tanto, cada potencial armónico, es decir, aquel que cumple la ecuación de Laplace, se representan en un sistema de coordenadas esféricas que se pueden expandir a Armónicos esféricos sólidos. Los coeficientes armónicos esféricos (o de Stokes) representan en el dominio espectral la estructura global e irregularidades del campo geopotencial o, más generalmente, del campo gravitatorio de la Tierra (Barthelmes, 2013).
Para realizar el experimento de cálculo siguiendo el primer enfoque metodológico se utilizó la herramienta disponible en línea el portal de internet del ICGEM, que facilita el cálculo de potencial de gravedad, así como diferentes variables del campo de gravedad, como anomalía de altura, geoide, perturbación de gravedad, entre otros.

Este servicio dispone de 180 Modelos de campo de gravedad global, con diferentes resoluciones y para diferentes regiones del mundo que se ajustan de diferente manera a cada país o territorio.

La segunda posibilidad, es utilizar modelos del geoide o cuasigeoide existentes, en el determinados a partir de la Teoría de Stokes y la Teoría de Molodensky, respectivamente (Figura 14).

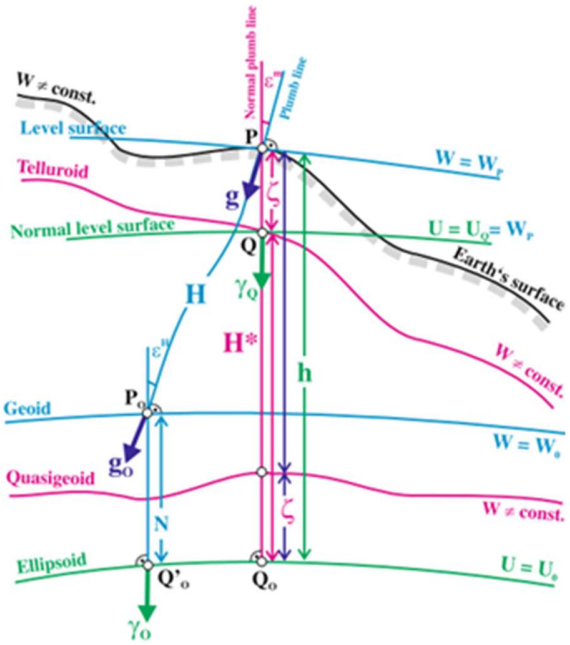


Figura 14. *Alturas y superficies de referencia (Sánchez et al., 2021).*

En el método de integración de Stokes-Helmert las medidas realizadas sobre la superficie terrestre son previamente reducidas eliminando las masas topográficas existentes entre el punto sobre el que se realiza la observación y el geoide, mientras que en el método de Molodensky se calcula directamente el quasigeoide a partir de los datos observados sobre la superficie terrestre. Debido a que en el conjunto de datos disponibles se cuenta con ondulaciones del geoide y observaciones realizadas sobre la superficie terrestre, en este trabajo nos enfocamos en el método o Teoría de Stokes. Las aproximaciones se obtienen siguiendo la metodología que considera las masas topográficas de la zona, (Ecuación 4). (Sánchez et al., 2021; C. N. Tocho et al., 2020). Para obtener los números geopotenciales de los vértices seleccionados con cada modelo geoide, se siguió el esquema de cálculo planteado (Figura 15).

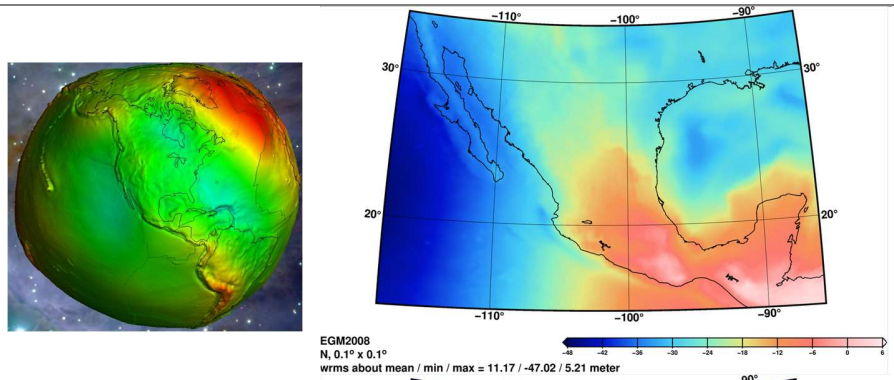
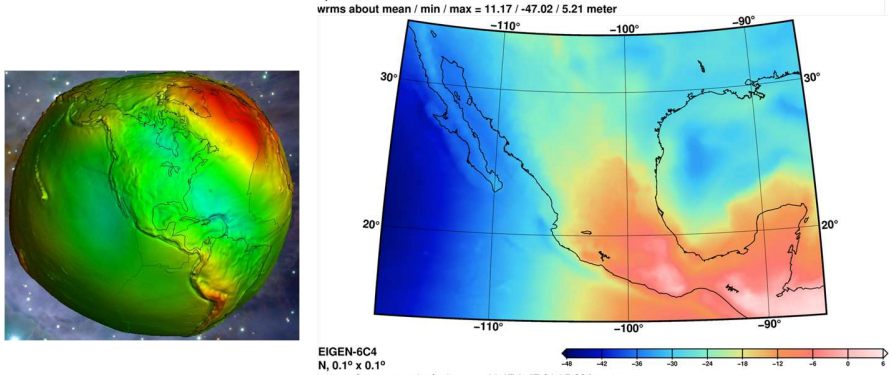
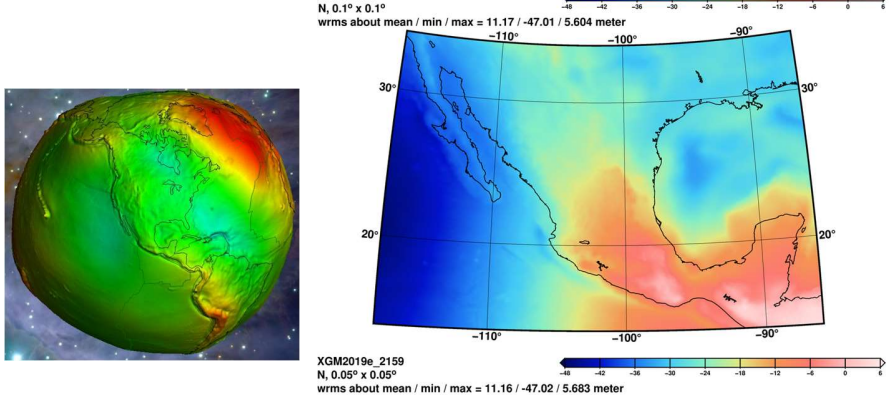
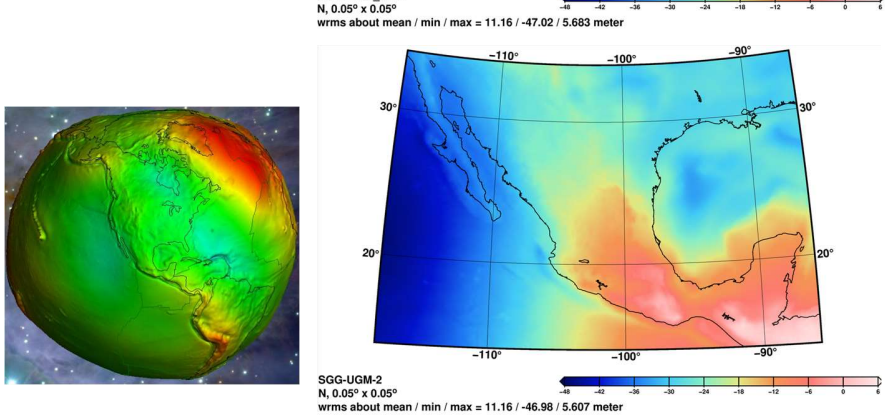


Figura 15. *Procedimiento de cálculo del número geopotencial IHRF.*

De acuerdo con la convención de la Resolución No.1 2015 de las Naciones Unidas, las alturas del Sistema de Referencia Internacional de Alturas, debe adoptar el concepto de marea media para el manejo de la marea permanente, por lo que debemos prestar atención a ese aspecto, para minimizar las inconsistencias y obtener resultados confiables. Para el cálculo del número geopotencial de puntos en la superficie terrestre, primero se obtiene un potencial de gravedad provisional (W_{prov}), que es un resultado intermedio debido a que es necesario aplicar una transformación entre conceptos de mareas que involucran a los datos geodésicos necesarios en el proceso de cálculo. De acuerdo con lo anterior, las coordenadas del IHRF se deben obtener en el concepto de marea media, que refleja los efectos constantes causados por el sol y la luna sobre la tierra (campo potencial de gravedad y geometría). Sin embargo, en el ITRF, las coordenadas geodésicas se obtienen siguiendo el concepto de marea libre (TF, Tide-Free) que asume que el Sol y la Luna no existen (o se mueven al infinito), estas coordenadas, se transforman al concepto de marea cero (ZT, Zero-Tide), en el cual, el efecto indirecto de la marea permanente afecta sólo al potencial de gravedad, pero no a la figura de la Tierra: es decir, se asume que la marea cero y la marea media para la superficie terrestre (corteza) son idénticas y el efecto indirecto de marea permanente se conserva, permitiendo realizar operaciones con datos compatibles entre conceptos de marea, así como obtener resultados más cercanos a la realidad (Mäkinen, 2021).

Los valores de ondulación geoidal fueron calculados a partir cuatro modelos globales del geoide: a) EGM2008 (Pavlis et al., 2012), b) EIGEN-6C4 (Förste et al., 2014), c) XGM2019e_2159 (Zingerle et al., 2020) y d) SSG-UGM-2 (Liang et al., 2020) (Tabla 6).

Tabla 6. *Modelos globales del geoide: a) EGM2008, b) EIGEN-6C4, c) XGM2019e_2159 y d) SSG-UGM-2 (ICGEM, 2023).*

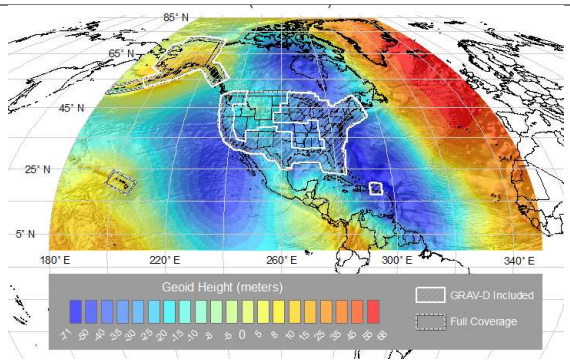
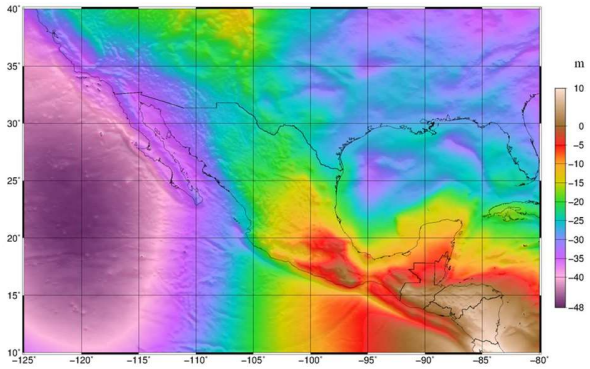
	Modelos	***Precisión absoluta***
a		0.212 m
b		0.197 m
c		0.173 m
d		0.19 m

Estos modelos se extienden hasta el grado 2190 en términos de armónicos esféricos y son los que mejor se ajustan para la región de México.

El valor de referencia utilizado fue el W_0 establecido por convención por el IHRS (IAG, 2015).

Además, se utilizaron dos geoides gravimétricos puros con cobertura regional (Tabla 7): el modelo de geoide experimental xGEOID20B, calculado a partir de la Técnica de Stokes-Helmert (Wang et al., 2020); por último, el geoide experimental xGGM23, recientemente publicado. Este nuevo modelo de geoide gravimétrico para México se presenta como la mejor solución existente en términos de coherencia con datos verticales del territorio nacional. Ha sido desarrollado implementando la técnica Stokes-Helmert, combinando una gran base de datos de gravedad terrestre con información del modelo geopotencial satelital GOCO06s (Avalos-Naranjo, 2024). El parámetro de referencia de potencial de gravedad utilizado en ambos modelos corresponde a $W_0 = 626368656.00\ m^2s^{-2}$

Tabla 7. *Modelos del geoide xGEOID20B(a) y xGGM23(b).*

	Modelos	***Precisión absoluta***
a		0.134m
b		0.099 m

Las alturas del geoide deben estar alineadas con el centro de masa de la Tierra, requiriendo una corrección utilizando el término de orden cero (N_0) (Ecuación (10)). Esta corrección surge de la diferencia entre la constante gravitacional geocéntrica (GM) de la Tierra y la del elipsoide de referencia, así como la diferencia entre el valor de potencial de referencia W_0 adoptado por el IHRS y el potencial normal en el elipsoide de referencia (U_0)

$$N_0 = \frac{GM_{GGM} - GM_{GRS80}}{\gamma Q_0 r P_0} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma Q_0} \tag{10}$$

Con:

$$\gamma Q_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \, sen^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 sen^2 \varphi}} \tag{11}$$

Y:

$$rP_0 = \sqrt{X_P^2 + Y_P^2 + Z_P^2} \tag{12}$$

Donde; GM_{GGM} es la constante gravitacional del modelo utilizado ($3.986004415 \times 10^{14}$ m^3s^{-2}), GM_{GRS80} es la constante gravitacional geocéntrica del elipsoide GRS80 ($3.986005 \times 10^{14} m^3s^{-2}$), γQ_0 es la gravedad normal en el elipsoide de referencia calculada con la fórmula Somigliana usando el elipsoide GRS80 (Ecuación 13), y rP0 es la distancia radial geocéntrico a un punto $P_{0..}$ W_0 es el valor establecido por convención por el IHRS, W_0^{IHRS} = 62636853.4 m^2s^{-2}, U_0 es el potencial normal en el elipsoide de referencia GRS80, U_0 = 62636860.85 m^2s^{-2}.

Esta corrección se aplicó a cada altura geoidal de los cuatro modelos de geoide calculados con modelos geopotenciales globales para la diferentes ubicaciones del conjunto de datos (Ecuación 13).

$$N = N_{interpolada} + N_0 \tag{13}$$

Por otro lado, en las ondulaciones de los modelos xGEOID20B y xGGM23 ya contaban con corrección entre el valor de potencial de referencia W_0 y el potencial normal en el elipsoide de referencia (U_0), pero debido a que en su determinación no se utilizó como valor de referencia el adoptado por el IHRS, fue eliminada la corrección con el valor de referencia utilizado (62636856 m^2s^{-2}) y corregido nuevamente con W_0 del IHRS.

Hasta este punto, el conjunto de datos disponible permite calcular el valor geopotencial en el sistema libre de mareas. Para obtener en marea cero (W_{ZT}), se agregan dos correcciones (Ecuación 14)

$$W_{ZT} = W_P^{Provisional} + \Delta W^{ITRF} + \Delta W^{GGM} \quad (14)$$

Con:

$$\Delta W^{ITRF} + \Delta W^{GGM} = -0.2966 + 0.8819 sen^2\varphi + 0.0065 sen^4\varphi \quad (15)$$

Donde ΔW^{ITRF} es la corrección al potencial cuando la posición del punto se da en coordenadas ITRF, y ΔW^{GGM} es la corrección al potencial cuando se utilizan GGM libre de mareas.

Una vez calculado el W_{ZT}, se calcula el número geopotencial en el concepto de marea cero C_{ZT} (Ecuación 16)

$$C_{ZT} = W_0^{IHRF} - W_{ZT} \quad (16)$$

Por último, se transforma el número geopotencial al sistema de marea media (Ecuación 17):

$$C^{IHRF} = C_{ZT} - W_{T0} \quad (17)$$

Con

$$W_{T0} = 0.9722 - 2.8841\, sen^2\,\varphi - 0.0195\, sen^4\,\varphi \quad (18)$$

Donde W_{T0} es el tiempo promedio del potencial de generación de mareas para altura elipsoidal h=0, en el elipsoide GRS80.

Si los resultados obtenidos los dividimos sobre un valor de gravedad media obtenemos una altura ortométrica:

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \tag{19}$$

La tercera posibilidad consiste en enlazar las redes de nivelación existentes con el sistema internacional de alturas, mediante el cálculo del sesgo o diferencia, entre el valor de potencial de gravedad global de referencia (W_0^{IHRS}) y el valor de potencial de gravedad local (W_0^{local}) (Ecuación 9) (Sánchez & Sideris, 2017).

Para evaluar el desempeño del modelo de manera integral, se calcularon las desviaciones estándar (σ) de los números geopotenciales como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (C_i - \bar{C})^2}{n-1}} \tag{20}$$

Donde C_i es el valor geopotencial de un modelo geoidal específico y $\bar{C}$ es el valor geopotencial promedio en la estación o punto geodésico.

Esta medida proporciona información sobre la consistencia interna de los diferentes modelos en cada ubicación, lo que ayuda a identificar estaciones y regiones con alta incertidumbre debido a la complejidad del terreno o anomalías gravitacionales.

Se abordaron varias consideraciones metodológicas. Por lo tanto, los esfuerzos futuros deberían incorporar observaciones de gravedad absoluta para mejorar la precisión del modelado. Finalmente, se recomienda el monitoreo continuo y la validación periódica mediante puntos de referencia de nivelación de alta precisión y observaciones GNSS continuas. Esto garantiza la estabilidad y confiabilidad a largo plazo del sistema de referencia vertical, lo que respalda aplicaciones en geodesia, desarrollo de infraestructura, gestión de recursos y mitigación de riesgos geológicos.

Capítulo IV

En el presente capítulo se presentan detalladamente los diferentes conjuntos de datos utilizados, así como los experimentos de cálculo siguiendo las metodologías o enfoques recomendados para el cálculo de potencial de gravedad, números geopotenciales y alturas ortométricas. Además, se muestran los resultados obtenidos mediante tablas y figuras.

4 Experimentación y resultados

La primera etapa del experimento consistió en la selección del conjunto de datos a utilizar en las diferentes metodologías a seguir para el cálculo de W(P), números geopotenciales y sistemas de alturas modernos. En el Capítulo III se detallan tres enfoques o posibilidades a seguir: a partir de modelos globales de gravedad de alta resolución, determinación del geoide o cuasigeoide mediante el modelado regional preciso del campo de gravedad y la conversión de los sistemas de alturas existentes al IHRS.

4.1 Cálculo de números geopotenciales a partir modelos globales de gravedad de alta resolución

Para el primer experimento, se utilizó una red integrada en la que se seleccionaron vértices geodésicos ubicados cerca de una de las 31 estaciones GNSS de monitoreo continuo que dan cobertura al territorio mexicano. (Figura 16).



Figura 16. *Estaciones GNSS de monitoreo continuo.*

Del total de información disponible, se seleccionaron 16 vértices geodésicos (Figura 17), los cuales fueron utilizados para realizar diversos análisis para la obtención de alturas.

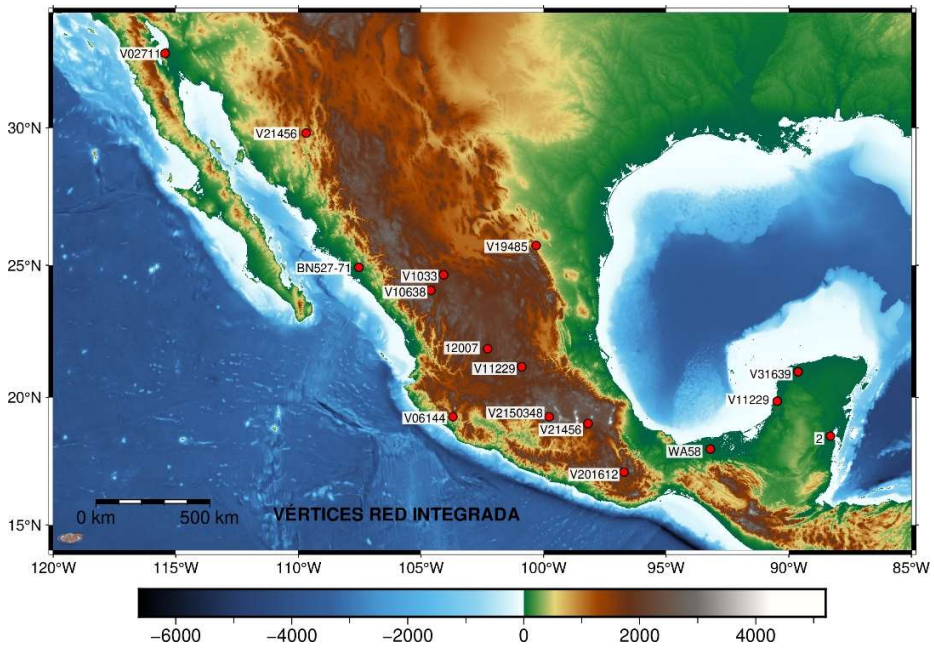


Figura 17. *Vértices geodésicos de la Red Geodésica Nacional seleccionados.*

Las características de los vértices están disponibles en el portal de INEGI, de donde se recopilaron valores de posición horizontal (latitud [φ] y longitud [λ]) y altura elipsoidal [h], así como altura ortométrica [H] y valor de aceleración de la gravedad [g] (Tabla 8).

Tabla 8. *Vértices de Red Geodésica Integrada.*

Vértice	*Latitud [φ]* ° ‘ ’’	*Longitud [λ]* ’ ’’	*Altura elipsoidal [h](m)*	*Altura ortométrica [H](m)*	*Gravedad [g] (mGal)*
V02711	*32°36’10.129’’N*	*115°26’08.509’’W*	*-28.587*	*7.086*	*979488.157*
V21456	*29°04’09.014’’N*	*109°57’28.849’’W*	*596.928*	*627.402*	*979060.490*
BN527-71	*24°47’59.245’’N*	*107°24’29.862’’W*	*1199.080*	*1227.067*	*978801.525*
V1033	*24°38’44.836’’N*	*104°04’29.265’’W*	*42.496*	*71.164*	*978924.172*
V10638	*24°03’56.971’’N*	*104°36’11.905’’W*	*1891.702*	*1911.758*	*978304.088*
V19485	*25°43’49.701’’N*	*100°18’22.313’’W*	*495.276*	*515.120*	*978805.711*
12007	*21°51’24.899’’N*	*102°16’58.601’’W*	*1867.301*	*1881.557*	*978174.819*
V06144	*19°14’42.456’’N*	*103°41’51.266’’W*	*526.56*	*543.539*	*978304.581*
V2150348	*19°01´52.539’’N*	*99°10’26.353’’W*	*2889.218*	*2895.633*	*977784.768*
V21847	*18°09’45.613’’N*	*98°08’17.163’’W*	*2081.642*	*2086.334*	*977990.391*
V201612	*17°04’57.252’’N*	*96°43’08.208’’W*	*1583.732*	*1585.699*	*978011.873*
V04087	*19°51’22.073’’N*	*90°31’33.402’’W*	*28.445*	*39.996*	*978629.564*
V31639	*20°58’48.165’’N*	*89°37’14.668’’W*	*-4.873*	*8.936*	*978689.949*
2	*18°29’36.835´´N*	*88°17’56.637’’W*	*-5.49*	*1.797*	*978589.377*
WA58	*17°42’22.795’’N*	*93°13’26.202’’W*	*2.610*	*13.769*	*978508.690*
V11229	*21°42’22.795’’N*	*100°13’26.202’’W*	*1914.131*	*1925.681*	*978122.531*

Una vez definida la posición de los vértices de la Red Geodésica Integrada, se ingresaron las coordenadas (φ, λ y h) en la herramienta de cálculo disponible en la página de internet del Centro Internacional de Modelos Terrestres Globales, con la que se obtuvo el valor de potencial de gravedad en las ubicaciones de interes. Este portal, además de calcular del valor de interes para este experimento, nos permite calcular: altura geoidal, gravedad normal, entre otros valores relacionados al campo de gravedad. La configuración de los cálculos puede ser definida o ajustada por el usuario en función de los requerimientos especificos de los objetivos del cálculo. En ese sentido, fueron seleccionados los modelos del geoide: EGM2008, EIGEN-6C4 y XGM2019e_2159, SGG-UGM-2. Atendiendo las convenciones para la definición del IHRS, se seleccionaron los parametros de referencia del elipsoide GRS80, concepto marea permanente y el término de orden cero, para este ultimo valor, el portal solo considera el primer término de la Ecuacion 10 (Figura 18).



Figura 18. *Configuración de portal ICGEM para calcular el potencial de gravedad.*

Una vez definidas las variables necesarias, se obtuvieron los valores de potencial para la posición de los 16 vértices en los 4 modelos globales seleccionados (Tabla 8). La configuración utilizada es compatible en caracteristas con las posibiliddes de calculo de W(P) de cálculos posteriores, lo que permitirá analizar la precisión de esta posiblidad con respecto a otras consideradas más precisas, principalmente cuando en la region analizada se cuenta con un geoide gravimetrico local como es el caso de México. Además, se realizará un comparativo de los resultados obtenidos en el cálculo de números geopotenciales y sistemas de alturas físicas.

Tabla 9. *Valores de potencial de gravedad de Red Geodésica Integrada [m^2 s^{-2}].*

Vértice/Modelo	EGM2008	EIGEN-6C4	SGG-UGM-2	XGM2019e_2159
V02711	62636793.46	62636793.63	62636793.56	62636793.72
V21456	62630716.63	62630717.84	62630717.80	62630719.08
BN527-71	62624850.04	62624850.23	62624850.05	62624850.46
V1033	62636164.09	62636165.40	62636164.99	62636164.10
V10638	62618156.95	62618158.20	62618158.20	62618157.66
V19485	62631818.89	62631818.32	62631818.28	62631818.31
12007	62618454.68	62618453.53	62618453.83	62618454.09
V06144	62631544.49	62631544.97	62631544.66	62631542.41
V2150348	62608543.04	62608545.04	62608544.71	62608545.05
V21847	62616454.37	62616454.01	62616454.07	62616454.34
V201612	62621352.63	62621351.96	62621351.81	62621350.16
V04087	62636469.75	62636470.04	62636469.72	62636469.76
V31639	62636772.38	62636772.45	62636772.39	62636772.69
2	62636842.82	62636842.06	62636842.12	62636841.74
WA58	62636724.54	62636725.27	62636725.05	62636726.24
V11229	62618023.48	62618023.49	62618023.71	62618023.39

Derivado de los valores de potencial de gravead obtenidos en la herramienta del ICGEM, se determinó el número geopotencial [C] (Ecuación 1) y altura ortométrica (H) (Ecuación 19), para este último valor fue necesario calcular la gravedad media de los vértices seleccionados, los cuales cuentan con valor de gravedad observada (Ecuación 5) (Tabla 8), el valor utilizado fue el W_0^{IHRS}= 62636853.4 m^2s^{-2}.

Tabla 10. *Número geopotencial y altura ortométrica de Red Geodésica Integrada.*

Vértice/Modelo	EGM2008		EIGEN-6C4		SGG-UGM-2		XGM2019E_2159	
	m^2 s^{-2}	m	m^2 s^{-2}	m	m^2 s^{-2}	m	m^2 s^{-2}	m
V02711	59.94	6.12	59.77	6.10	59.68	6.09	59.84	6.11
V21456	6136.77	626.78	6135.56	626.66	6134.32	626.53	6135.6	626.67
BN527-71	12003.36	1226.26	12003.17	1226.24	12002.94	1226.22	12003.35	1226.26
V1033	689.31	70.42	688.00	70.28	689.30	70.41	688.41	70.32
V10638	18696.45	1910.95	18695.20	1910.82	18695.74	1910.87	18695.2	1910.82
V19485	5034.51	514.34	5035.08	514.40	5035.09	514.40	5035.12	514.4
12007	18398.72	1880.77	18399.87	1880.89	18399.31	1880.83	18399.57	1880.86
V06144	5308.91	542.65	5308.43	542.60	5310.99	542.86	5308.74	542.63
V2150348	28310.36	2894.97	28308.36	2894.77	28308.35	2894.77	28308.69	2894.8
V21847	20399.03	2085.62	20399.39	2085.65	20399.06	2085.62	20399.33	2085.65
V201612	15500.77	1584.81	15501.44	1584.88	15503.24	1585.06	15501.59	1584.89
V04087	383.65	39.20	383.36	39.17	383.64	39.20	383.68	39.21
V31639	81.02	8.28	80.95	8.27	80.71	8.25	81.01	8.28
2	10.58	1.08	11.34	1.16	11.66	1.19	11.28	1.15
WA58	128.86	13.17	128.13	13.09	127.16	13.00	128.35	13.12
V11229	18829.92	1924.95	18829.91	1924.95	18830.01	1924.96	18829.69	1924.92

4.2 Cálculo de números geopotenciales a partir de Modelos del geoide o cuasigeoide

La segunda posibilidad recomendada para el cálculo de W(P), se realizó utilizando el mismo conjunto de datos de la sección 4.1 (Tabla 8, Figura 17).

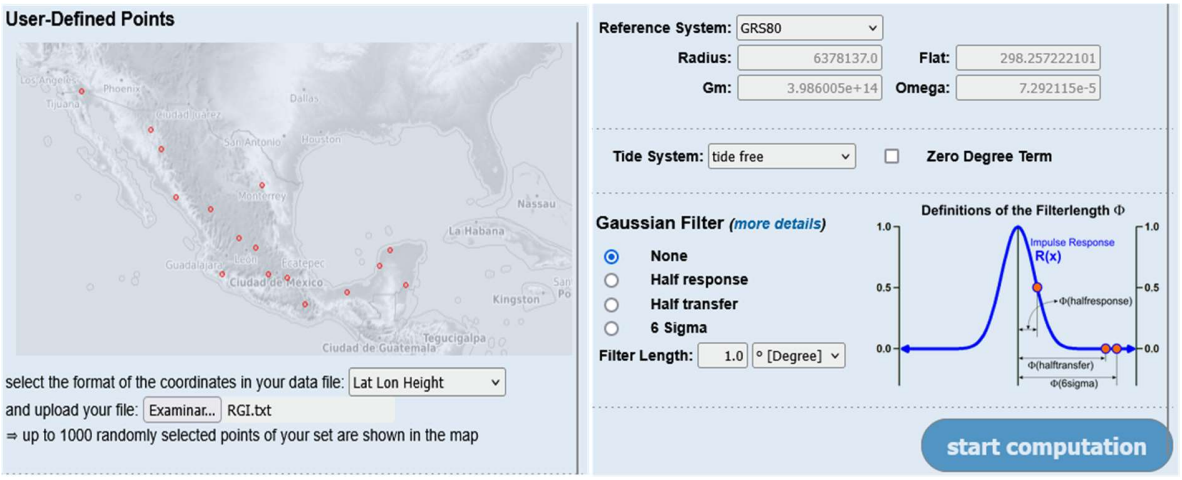


Figura 19. *Configuración de portal ICGEM para calcular la altura geoidal.*

Además, se calculó el potencial de gravedad de cuatro estaciones de monitoreo continuo pertenecientes a la Red SIRGAS-CON (Tabla 11), que cuentan coordenadas geodésicas y valor de gravedad absoluta, con el objetivo de analizar su potencial de gravedad, así como la posibilidad de ser consideradas para ser integradas a las estaciones de referencia IHRF de SIRGAS considerando las particularidades de las diferentes regiones de México (Vidal-Vega et al., 2024).

Tabla 11. *Datos de estaciones de monitoreo continuo SIRGAS-CON*

Estaciones	***Coordenadas Geodésicas ITRF2014 (GRS80)***			***Gravedad observada (g)[m/s²]***
	Latitud (φ)[°]	***Longitud (λ)[°]***	***Altura Elipsoidal (h)[m]***	
MTY2	*25.71550630*	*-100.31290680*	*521.732*	*9.78801966*
IDGO	*24.06745280*	*-104.60707900*	*1863.089*	*9.78317111*
INEG	*21.85615340*	*-102.28420380*	*1887.730*	*9.78175377*
MERI	*20.98004541*	*-89.62031853*	*7.835*	*9.78689959*

A partir de los modelos globales se obtuvo la ondulación del geoide o altura geoidal (N). Lo anterior se realizó utilizando la herramienta del ICGEM, pero a diferencia del

experimento de la sección 4.1, los cálculos se realizaron siguiendo el concepto libre de mareas y sin corrección del término de orden cero.

Además de las alturas geoidales de los modelos globales, se utilizaron las del geoide experimental xGeoid20B, este modelo es regional y fue desarrollado por el Servicio Geodésico Nacional (*NGS, National Geodetic Survey*), de la Agencia Nacional de Administración Oceánica y Atmosférica de Estados Unidos *(NOAA, National Oceanic and Atmospheric Administration).* Este modelo contiene datos de los últimos modelos de gravedad satelital, gravedad terrestre y lo más importante, medición aérea de la gravedad, principalmente en Estados Unidos y Alaska, aunque el modelo también da cobertura al territorio mexicano y Canadá. Para el cálculo de alturas se proporcionaron las coordenadas de los vértices en el Sistema de referencia de coordenadas IGS14 (Figura 20).

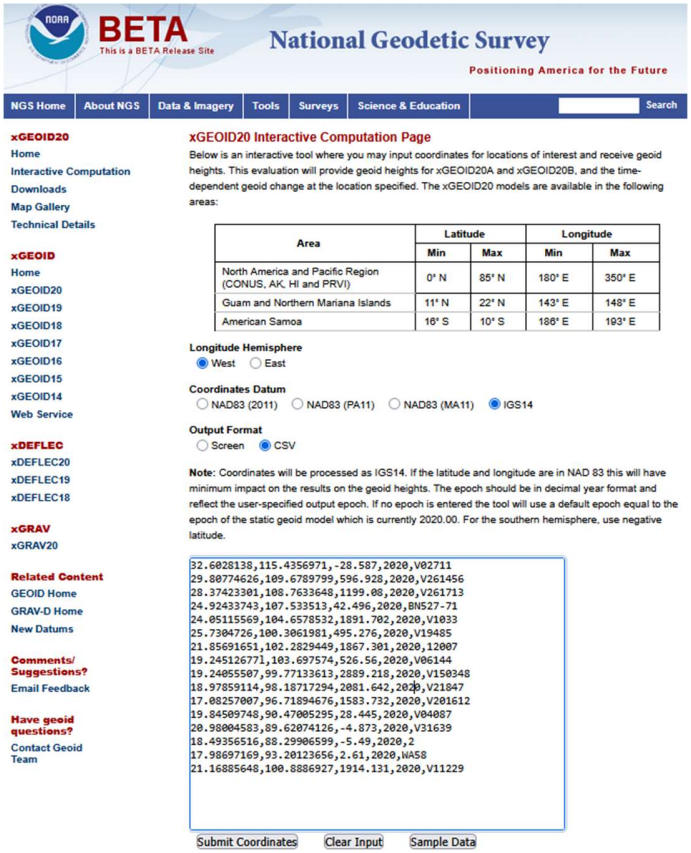


***Figura 20**. Configuración del portal del NGS para calcular la altura geoidal.*

Por último, se utilizaron alturas del modelo de geoide gravimétrico xGGM23 (Figura 21), el cual fue calculado en la Universidad de New Brunswick, Canadá, con el objetivo

de actualizar el geoide nacional para México, así como contribuir a la construcción del geoide regional para América del Norte y Central.

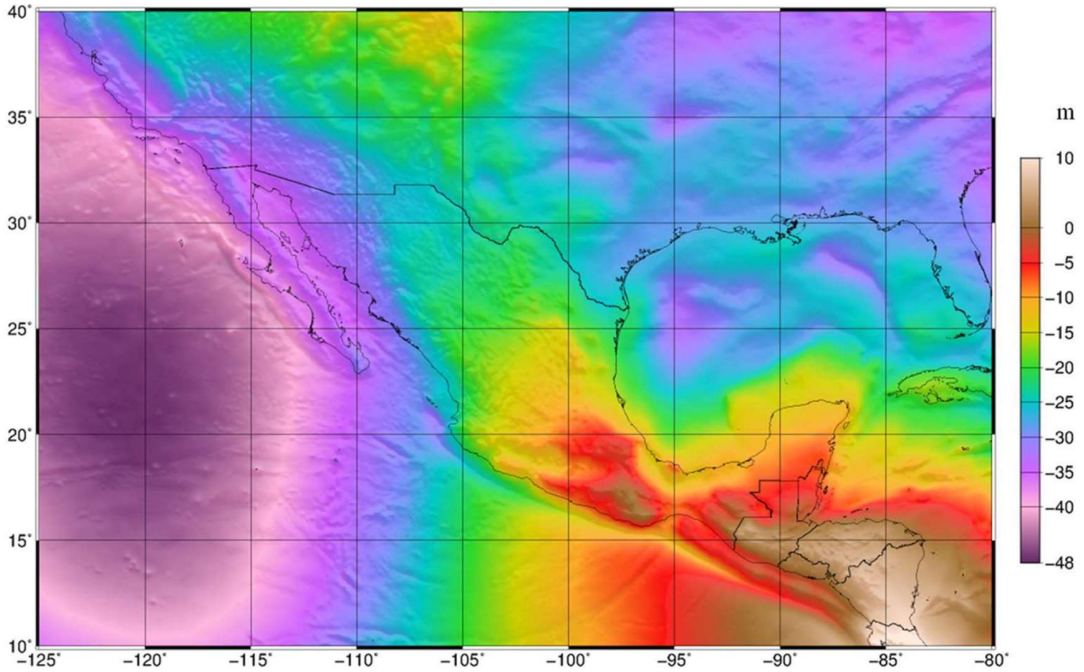


Figura 21. *Modelo del Geoide experimental xGGM23 (Avalos-Naranjo, 2024).*

A partir de los modelos seleccionados anteriormente, se recopilaron las alturas geoidales de los vértices de la Red geodésica Integrada seleccionados (Tabla 12).

Tabla 12. *Altura geoidal interpolada en vértices de Red Geodésica Integrada.*

Vértice/Modelo	*xGGM23 [m]*	*XGeoid20B [m]*	*EGM2008 [m]*	*EIGEN-6C4 [m]*	*XGM2019e_2159 [m]*	*SGG-UGM-2 [m]*
V02711	*-35.000*	*-34.992*	*-34.546*	*-34.528*	*-34.516*	*-34.532*
V21456	*-30.123*	*-30.041*	*-29.731*	*-29.606*	*-29.463*	*-29.602*
BN527-71	*-27.531*	*-27.490*	*-27.071*	*-27.050*	*-27.015*	*-27.060*
V1033	*-28.277*	*-28.207*	*-27.804*	*-27.670*	*-27.788*	*-27.697*
V10638	*-19.388*	*-19.491*	*-19.154*	*-19.020*	*-19.074*	*-19.005*
V19485	*-19.473*	*-19.470*	*-18.942*	*-19.001*	*-18.990*	*-18.992*
12007	*-13.899*	*-13.940*	*-13.370*	*-13.492*	*-13.406*	*-13.443*
V06144	*-16.618*	*-16.418*	*-15.942*	*-15.893*	*-16.137*	*-15.904*
V2150348	*-5.946*	*-5.861*	*-5.753*	*-5.535*	*-5.480*	*-5.550*
V21847	*-4.265*	*-4.389*	*-3.894*	*-3.933*	*-3.887*	*-3.906*
V201612	*-1.747*	*-1.648*	*-0.997*	*-1.070*	*-1.243*	*-1.063*
V04087	*-11.106*	*-11.081*	*-10.666*	*-10.637*	*-10.645*	*-10.650*
V31639	*-13.516*	*-13.483*	*-13.055*	*-13.048*	*-13.005*	*-13.035*
2	*-6.905*	*-7.006*	*-6.486*	*-6.564*	*-6.576*	*-6.537*
WA58	*-10.756*	*-10.823*	*-10.475*	*-10.401*	*-10.280*	*-10.402*
V11229	*-11.135*	*-11.186*	*-10.726*	*-10.727*	*-10.711*	*-10.685*

De igual manera se obtuvieron las alturas geoidales en las estaciones SIRGAS-CON (Tabla 13).

Tabla 13. *Altura geoidal interpolada en estaciones SIRGAS-CON.*

Vértice/Modelo	*xGGM23 [m]*	*XGeoid20B [m]*	*EGM2008 [m]*	*EIGEN-6C4 [m]*	*XGM2019e_2159 [m]*	*SGG-UGM-2 [m]*
MTY2	*-19.377*	*-19.3730*	*-18.8447*	-18.9068	*-18.9111*	*-18.9096*
IDGO	*-19.377*	*-19.4400*	*-19.1207*	-18.9861	*-19.0244*	*-18.9856*
INEG	*-13.901*	*-13.8870*	*-13.3721*	-13.4943	*-13.4260*	*-13.4625*
MERI	*-13.516*	*-13.4900*	*-13.0544*	-13.0475	*-13.0234*	*-13.0532*

El proceso de cálculo se realizó siguiendo la metodología descrita en la posibilidad 2 de la sección 3 para obtener W(P). Se utilizó la estación MERI y su altura geoidal extraída del modelo xGGM23 como ejemplo del procedimiento seguido y para el resto de los vértices solo se muestran los resultados. De acuerdo con los requerimientos establecidos, las alturas geoidales obtenidas deben estar alineadas con el centro de masa de la Tierra, por lo que antes de realizar los cálculos es necesario realizar una corrección agregando el término de orden cero (N_0) (Ecuación 10). En el caso de los modelos puramente gravimétricos (xGGM23 y XGEOID20B) ya contaban con corrección entre el valor de potencial de referencia W_0 y el potencial normal en el elipsoide de referencia (U_0), pero debido a que en su determinación no se utilizó como valor de referencia el adoptado por el IHRS, fue eliminada la corrección con el valor de referencia utilizado (62636856 m^2s^{-2}) y corregido nuevamente con W_0 del IHRS.

$$N = N_{interpolada} + N_0 = -13.516 + 0.266 = 21.085$$

Posteriormente, se calcularon alturas ortométricas (Tabla 14).

Tabla 14. *Datos de estación MERI.*

MÉRIDA	*Coordenadas Geodésicas (Marea libre)*			*Ondulación del Geoide*			*Altura ortométrica*
	Latitud [°]	*Longitud [°]*	*h(P) [m]*	$N_{interpolada}$ *[m]*	N_0 *[m]*	*N [m]*	*H [m]*
xGGM23	*20.98004541*	*-89.62031853*	*7.835*	*-13.5160*	*0.266*	*-13.250*	*21.085*
XGEOID20B	*20.98004541*	*-89.62031853*	*7.835*	*-13.4900*	*0.266*	*-13.224*	*21.059*
EGM2008	*20.98004541*	*-89.62031853*	*7.835*	*-13.0544*	*-0.176*	*-13.230*	*21.065*
EIGEN6C4	*20.98004541*	*-89.62031853*	*7.835*	*-13.0475*	*-0.176*	*-13.224*	*21.059*
XGM2019e-2159	*20.98004541*	*-89.62031853*	*7.835*	*-13.0234*	*-0.176*	*-13.199*	*21.034*
SSG-UGM-2	*20.98004541*	*-89.62031853*	*7.835*	*-13.0532*	*-0.176*	*-13.229*	*21.064*
	Sistema marea libre			*GBVP Sistema marea libre*			

Para realizar el cálculo del número geopotencial del punto de Mérida, primero se obtuvo un potencial de gravedad provisional (W_{prov}), (Ecuación 4).

$$W(Provisional) = 62636853.4 - \big(7.835 - (-13.250)\big)9.78690853 = 62636647.04$$

el valor obtenido sigue el concepto de marea libre, que debe ser transformado a marea cero. Para realizar esta transformación, se utiliza la Ecuación 14 como recomienda Sánchez et al., 2021.

$$W_{ZT} = 62636647.04 + (-0.2966 + 0.8819sen^2\varphi + 0.0065sen^4\varphi) = 62636646.86$$

Posteriormente se calcula del número geopotencial en marea cero (Ecuación 16):

$$C_{ZT} = 62636853.4 - 62636646.86 = 206.54$$

Por último, se transforma el número geopotencial al concepto de marea media, (Ecuación 17):

$$C^{IHRF} = 206.54 - 0.60 = 205.94$$

El procediendo de cálculo se replicó utilizando ondulaciones del geoide obtenidas a partir de diferentes modelos globales de gravedad, así como modelos regionales para su analizar sus diferencias (Tabla 15).

Tabla 15. *Potencial de gravedad y número geopotencial de estación MERI.*

MÉRIDA	***$W_{(P(prov))}$ Marea libre $m^2 s^{-2}$***	***$W_{(P(prov))}$ Marea cero $m^2 s^{-2}$***	***C_P Marea cero $m^2 s^{-2}$***	***W_{T0} $m^2 s^{-2}$***	***C_P Marea media $m^2 s^{-2}$***
xGGM23	*62636647.04*	*62636646.86*	*206.54*	*0.60*	*205.94*
XGEOID20B	*62636647.30*	*62636647.11*	*206.29*	*0.60*	*205.68*
EGM2008	*62636647.23*	*62636647.05*	*206.35*	*0.60*	*205.75*
EIGEN6C4	*62636647.30*	*62636647.12*	*206.28*	*0.60*	*205.68*
XGM2019E_2159	*62636647.54*	*62636647.36*	*206.04*	*0.60*	*205.44*
SSG-UGM-2	*62636647.25*	*62636647.06*	*206.34*	*0.60*	*205.73*

Si los resultados obtenidos los dividimos sobre un valor de gravedad media obtenemos una altura ortométrica a partir de la cual es posible analizar de manera más sencilla Tabla 16).

Tabla 16. *Gravedad observada, gravedad media, número geopotencial y altura ortométrica de estación MERI.*

MÉRIDA	$g_{observada}$ m/s^{-2}	g_{media} m/s^{-2}	C_P ***Marea media*** $m^2\ s^{-2}$	***Altura ortométrica (H)m***
xGGM23	*9.78689959*	*9.78690853*	*205.94*	*21.0422*
XGEOID20B	*9.78689959*	*9.786908519*	*205.68*	*21.0162*
EGM2008	*9.78689959*	*9.786908522*	*205.75*	*21.0226*
EIGEN6C4	*9.78689959*	*9.786908519*	*205.68*	*21.0157*
XGM2019E_2159	*9.78689959*	*9.786908509*	*205.44*	*20.9916*
SSGUGM-2	*9.78689959*	*9.786908521*	*205.73*	*21.0214*

Así como comparar las diferencias entre alturas obtenidas a partir del cálculo de números geopotenciales utilizando diversos modelos del geoide (Figura 22).

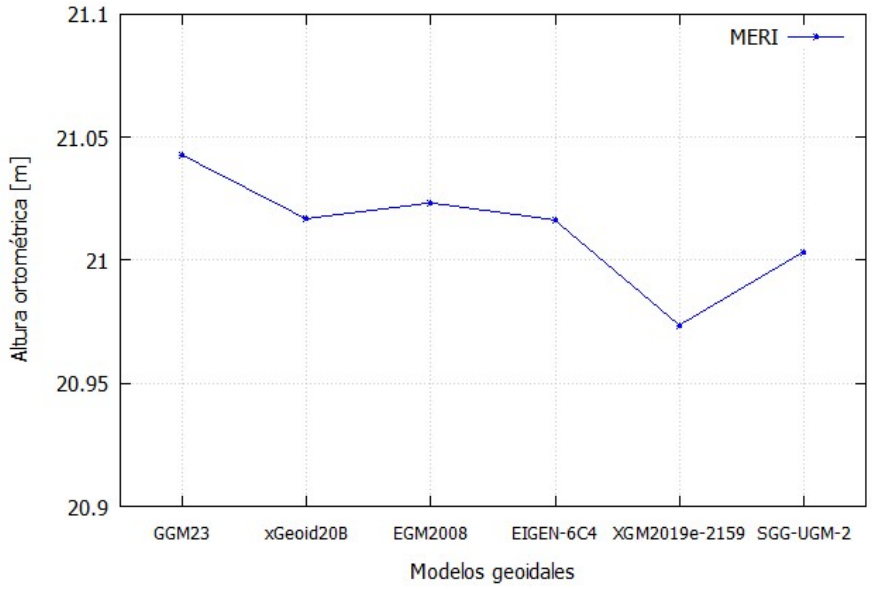


Figura 22. *Variación alturas ortométricas MERI.*

Los cálculos realizados para la estación MERI no es posible compararlos con altura ortométrica observada mediante nivelación geométrica corregida por efectos de gravedad, debido a que no se encuentra enlazada a la Red Geodésica Vertical, por lo que esta comparación se realizó con los vértices seleccionados para la Red Geodésica Integrada propuesta (Tabla 8). En ese sentido, se siguió la misma metodología utilizada para los cálculos de la Estación MERI. Primero se obtuvo el valor de potencial en los 16 vértices de la Red Geodésica Integrada (Tabla 17).

Tabla 17. *Potencial de gravedad en estaciones Red Geodésica Integrada [m^2 s^{-2}].*

Vértice/ Modelo	xGGM23	XGeoid20B	EGM2008	EIGEN-6C4	XGM2019e_2159	SGG-UGM-2
V02711	62636793.15	62636793.22	62636793.26	62636793.43	62636793.56	62636793.40
V21456	62630716.54	62630714.75	62630716.05	62630717.27	62630718.68	62630717.31
BN527-71	62624849.14	62624846.94	62624849.31	62624849.52	62624849.86	62624849.42
V1033	62636163.05	62636161.13	62636163.35	62636164.66	62636163.50	62636164.39
V10638	62618158.00	62618154.39	62618155.96	62618157.27	62618156.74	62618157.42
V19485	62631817.36	62631814.79	62631818.22	62631817.65	62631817.75	62631817.74
12007	62618452.89	62618449.89	62618453.74	62618452.54	62618453.38	62618453.02
V06144	62631541.73	62631541.09	62631544.02	62631544.50	62631542.11	62631544.39
V2150348	62608543.57	62608541.80	62608541.12	62608543.26	62608543.80	62608543.11
V21847	62616453.92	62616450.10	62616453.22	62616452.83	62616453.28	62616453.10
V201612	62621348.45	62621346.82	62621351.46	62621350.74	62621349.04	62621350.80
V04087	62636468.75	62636466.39	62636468.72	62636469.01	62636468.92	62636468.88
V31639	62636771.23	62636768.95	62636771.41	62636771.48	62636771.89	62636771.60
2	62636841.95	62636838.36	62636841.72	62636840.95	62636840.84	62636841.22
WA58	62636725.00	62636721.74	62636723.42	62636724.14	62636725.32	62636724.13
V11229	62618022.77	62618019.67	62618022.44	62618022.43	62618022.59	62618022.84

También se aplicó esta metodología para obtener lo valores de potencial de gravedad en el resto de las estaciones SIRGAS-CON (Tabla 18).

Tabla 18. *Potencial de gravedad en estaciones SIRGAS-CON [m^2 s^{-2}].*

Vértice/ Modelo	xGGM23	XGeoid20B	EGM2008	EIGEN-6C4	XGM2019e_2159	SGG-UGM-2
MTY2	62631559.33	62631559.40	62631560.67	62631560.06	62631559.73	62631560.16
IDGO	62618435.68	62618437.24	62618436.54	62618437.85	62618437.63	62618438.01
INEG	62618252.50	62618253.15	62618254.43	62618253.23	62618254.07	62618253.72
MERI	62636644.52	62636647.11	62636647.63	62636647.70	62636648.12	62636647.82

Posteriormente se realizó el cálculo de número geopotencial en las estaciones de la Red Geodésica Integrada (Tabla 19).

Tabla 19. *Número geopotencial [C] de Red Geodésica Integrada en Marea media. [m^2 s^{-2}].*

Vértice	xGGM23	XGeoid20B	EGM2008	EIGEN-6C4	XGM2019e-2159	SGG-UGM-2
V02711	60.12	60.04	60.01	59.83	59.71	59.87
V21456	6136.60	6138.39	6137.09	6135.87	6134.47	6135.83
BN527-71	12003.94	12006.14	12003.77	12003.56	12003.22	12003.66
V1033	689.90	691.81	689.59	688.28	689.44	688.55
V10638	18694.91	18698.52	18696.95	18695.64	18696.16	18695.49
V19485	5035.61	5038.18	5034.75	5035.33	5035.22	5035.23
12007	18399.94	18402.94	18399.09	18400.29	18399.44	18399.81
V06144	5311.01	5311.65	5308.72	5308.24	5310.63	5308.35
V2150348	28309.17	28310.94	28311.61	28309.48	28308.95	28309.63
V21847	20398.82	20402.63	20399.52	20399.90	20399.45	20399.64
V201612	15504.23	15505.86	15501.2	15501.93	15503.63	15501.87
V04087	384.01	386.37	384.04	383.75	383.84	383.88
V31639	81.57	83.85	81.39	81.32	80.90	81.20
2	10.77	14.36	11	11.77	11.88	11.50
WA58	127.70	130.96	129.29	128.56	127.38	128.57
V11229	18830.03	18833.13	18830.36	18830.37	18830.21	18829.96

De igual manera se calculó el número geopotencial para las estaciones SIRGAS- CON

Tabla 20. *Número geopotencial [C] en estaciones SIRGAS-CON en Marea media [m^2 s^{-2}].*

Vértice/ Modelo	xGGM23	XGeoid20B	EGM2008	EIGEN-6C4	XGM2019e_2159	SGG-UGM-2
MTY2	5291.467	5293.574	5292.73	5293.3381	5293.25	5293.24
IDGO	18415.112	18415.663	18416.86	18415.5478	18415.77	18415.39
INEG	18602.629	18599.683	18598.97	18600.1661	18599.33	18599.68
MERI	206.282	203.084	205.75	205.6793	205.26	205.55

Los números geopotenciales obtenidos se dividieron sobre un valor de gravedad media para obtener la altura ortométrica de las estaciones de La Red Geodésica Integrada. (Tabla 21).

Tabla 21. *Alturas ortométricas de Red Geodésica Integrada derivado de modelado local y global.*

Vértice/ modelo	$\bar{g}$ m/s2	H_{xGGM23} m	$H_{xGeoid20B}$ m	$H_{EGM2008}$ m	$H_{EIGEN6C4}$ m	$H_{XGM2019}$ m	$H_{SGGUGM2}$ m
V02711	9.794878292	6.138	6.130	6.126	6.109	6.100	6.112
V261456	9.790873881	626.767	626.685	626.817	626.692	626.557	626.688
V261713	9.788563973	1226.323	1226.282	1226.305	1226.284	1226.258	1226.294
BN527-71	9.789256102	70.475	70.405	70.443	70.310	70.442	70.337
V1033	9.783866988	1910.789	1910.892	1910.997	1910.863	1910.932	1910.848
V19485	9.788288123	514.453	514.4500	514.364	514.423	514.425	514.414
12007	9.782550089	1880.894	1880.93	1880.807	1880.929	1880.860	1880.880
V06144	9.783287575	542.865	542.666	542.631	542.582	542.847	542.593
V150348	9.779145687	2894.851	2894.766	2895.101	2894.882	2894.848	2894.898
V21847	9.780819822	2085.594	2085.718	2085.667	2085.704	2085.678	2085.677
V201612	9.78084919	1585.162	1585.063	1584.854	1584.927	1585.122	1584.920
V04087	9.786312458	39.240	39.215	39.242	39.213	39.241	39.225
V31639	9.786902754	8.335	8.302	8.312	8.309	8.284	8.296
2	9.785892877	1.101	1.202	1.124	1.202	1.235	1.174
WA58	9.785088163	13.051	13.118	13.212	13.138	13.038	13.139
V11229	9.782050004	1924.958	1925.009	1924.991	1924.992	1924.994	1924.950

Así Como de las estaciones SIRGAS-CON (Tabla 22).

Tabla 22. *Alturas ortométricas de Red Geodésica Integrada derivado de modelado local y global.*

Vértice	$\bar{g}$ m/s2	H_{xGGM23} m	$H_{xGeoid20B}$ m	H_{EGM08} m	$H_{EIGEN-6C4}$ m	$H_{XGM2019}$ m	$H_{SGGUGM2}$ m
MTY2	9.788249089	540.594	540.809	540.723	540.5	540.776	540.775
IDGO	9.783969302	1882.172	1882.228	1882.351	1882.21	1882.240	1882.201
INEG	9.782560056	1901.612	1901.310	1901.238	1901.359	1901.274	1901.310
MERI	9.786908519	21.077	20.751	21.023	21.016	20.973	21.003

La variación que se tiene entre las alturas ortométricas obtenidas para la Red Geodésica Integrada utilizando los diferentes modelos se muestran en la figura 23.

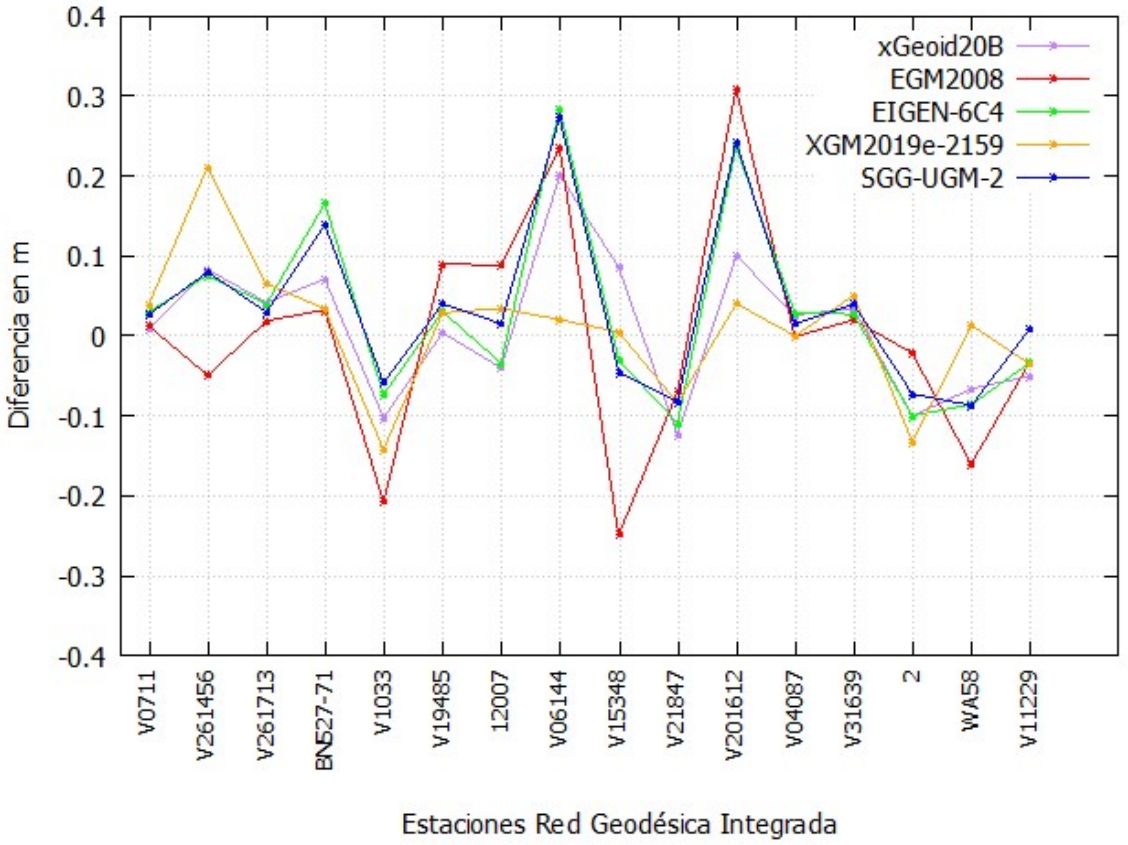


Figura 23. *Variación alturas ortométricas de vértices de la Red Geodésica Integrada derivada de modelos respecto al geoide gravimétrico xGGM23.*

4.3 Conversión de los sistemas de alturas existentes al IHRF.

Por último, se experimentó con la posibilidad de cálculo de W(P) a partir de la integración de sistemas de alturas locales hacia un sistema único global. Para ello, se realizó el cálculo del sesgo vertical entre el datum global y el datum vertical local, utilizando diferentes conjuntos de datos. Como primer conjunto de datos se utilizaron los vértices de la Red Geodésica Integrada (Tabla 8).

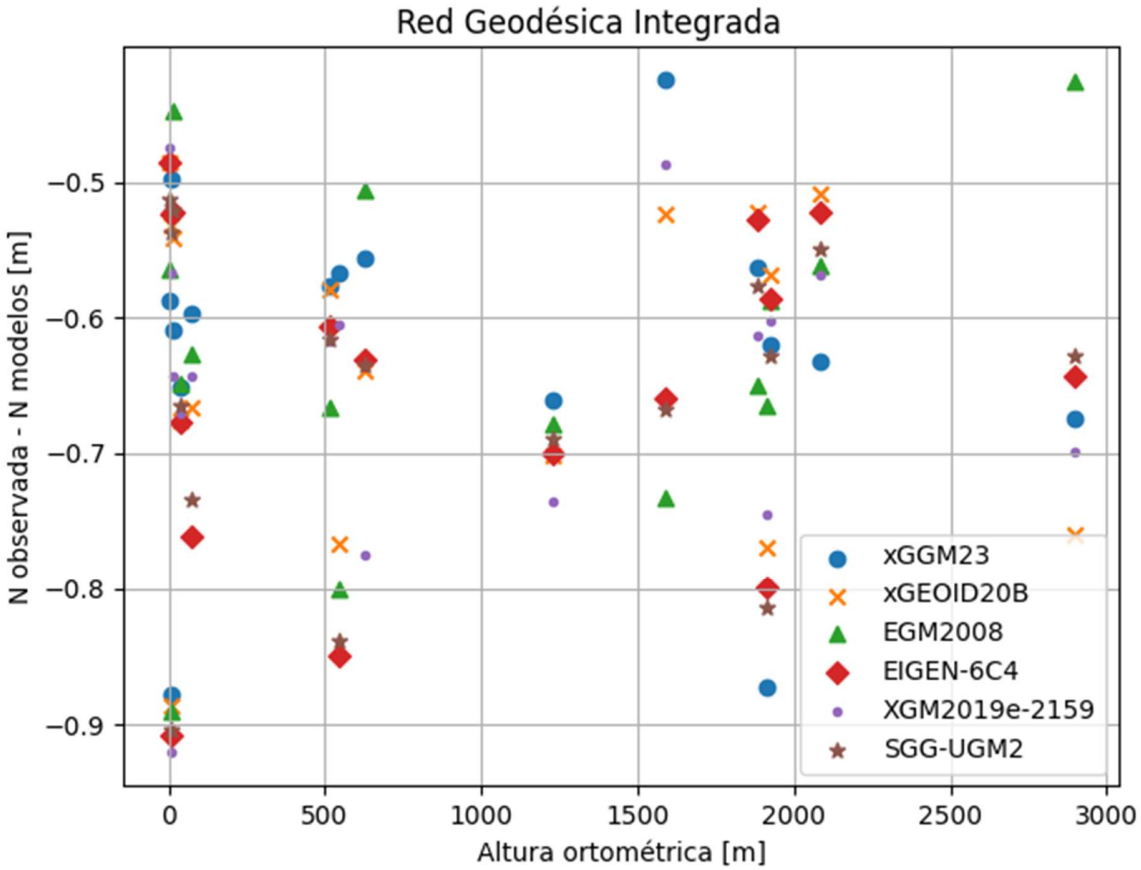


Figura 24. *Dispersión de las alturas del geoide calculadas y los diferentes modelos del geoide analizados.*

La mayoría de los puntos seleccionados tienen un sesgo entre el datum vertical local y el datum global de 50-70 cm (Figura 24), el parámetro obtenido, nos permite convertir las alturas ortométricas referidas al NAVD88, a alturas referidas al IHRS. De acuerdo con el histograma de distribución de los datos utilizados (Figura 25), el modelo xGGM23 presenta una menor variación en las diferencias entre las alturas analizadas.

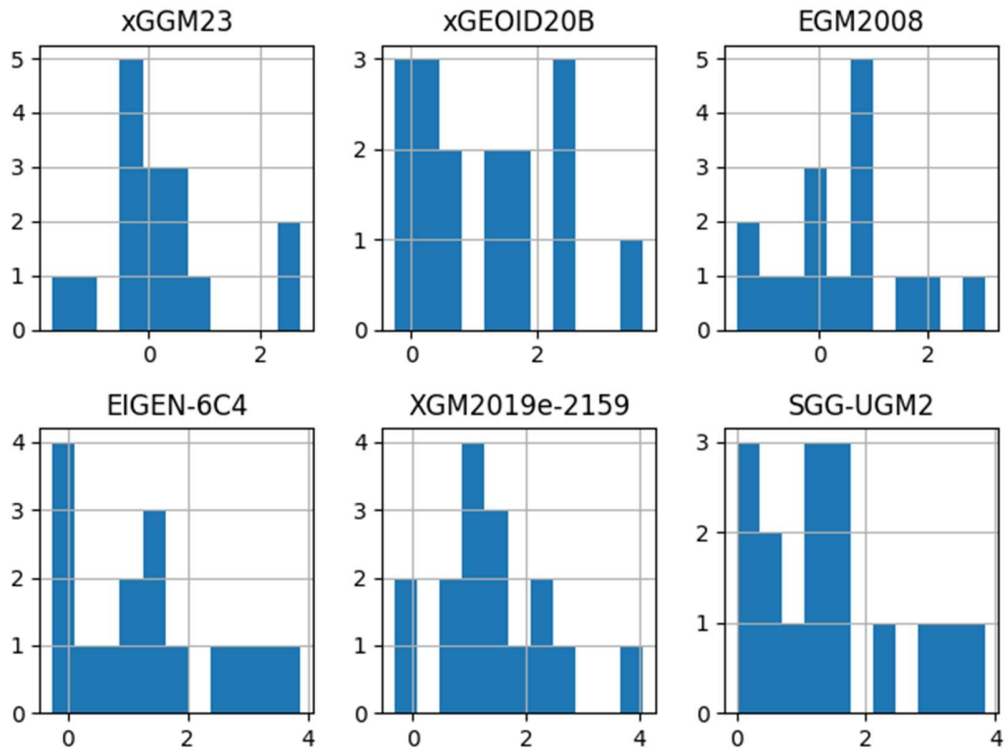


Figura 25. *Histogramas de distribución de los datos de la Red Geodésica Integrada utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local.*

Adicionalmente, con el objetivo de obtener un valor que represente el total de información disponible en el país, se recopilaron los datos de la densificación del total de estaciones de la RGNP hasta mayo de 2024 (Figura 26). La RGNP cuenta 137038 estaciones geodésicas, algunas de ellas comparten información en sus diferentes clasificaciones (Tabla 23).

Tabla 23. *Clasificación de vértices de la Red Geodésica Nacional Pasiva.*

Red Geodésica Nacional Pasiva	Número de estaciones geodésicas
Integrada	137038
Horizontal	95192
Vertical (NAVD88) (NAVD29)	 42569 13745
Gravimétrica	28257

De la información disponible, hay estaciones que solo cuentan con valores en una sola red, por lo que se llevó a cabo un proceso de selección de los vértices que cuentan con los valores requeridos para el experimento.

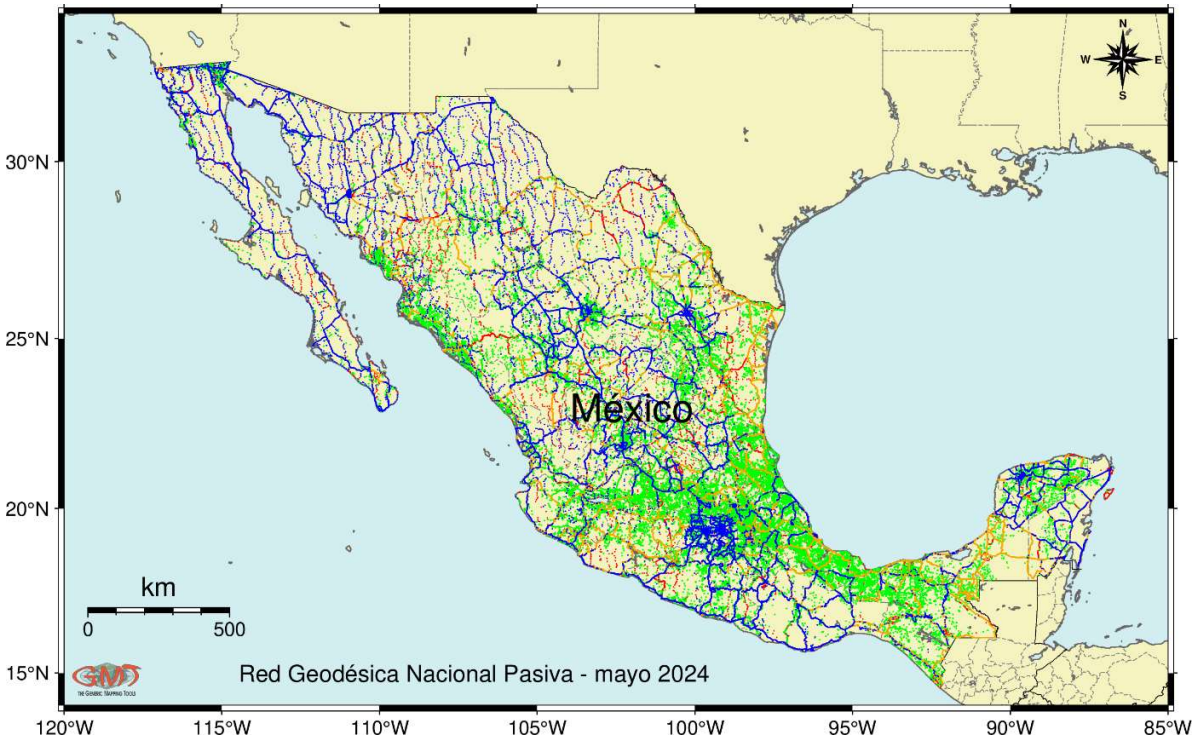


Figura 26. *Vértices de la Red Geodésica Nacional Pasiva.*

Las estaciones de la RGH se representan en color verde; la RGG se representan en color azul; en naranja la estaciones de la RGV referidas al NAVD88 y en color rojo las referidas NAVD29. Del total de estaciones, 22705 cuentan con valor de altura elipsoidal y altura ortométrica, los cuales fueron utilizados para calcular un geoide observado (Figura 27).



Figura 27. *Vértices de geoide observado (calculado a partir de altura elipsoidal y altura ortométrica).*

Utilizando la posición de los vértices con altura geoidal observada se obtuvieron las alturas geoidales en los modelos xGGM23, xGeoid20B, EGM2008, EIGEN-6C4, XGM2019e_2159 y SGG-UGM-2. Posteriormente se realizó un análisis de las alturas geoidales observadas y las alturas geoidales modeladas, en cada una de las Entidades Federativas con el objetivo de detectar y eliminar datos con inconsistencias principalmente derivadas de errores sistemáticos en líneas largas de nivelación o errores de captura. Posterior a este primer filtro de datos, se calculó una superficie correctora interpolada con el método de regresión polinomial, donde se eliminaron las alturas geoidales observadas que no siguen la tendencia de la malla interpolada. Como resultado de este filtro se utilizaron 16453 vértices de RGNP para la estimación del sesgo entre el datum vertical global y el datum vertical local, las diferencias entre alturas geoidales observadas y modeladas utilizando una misma superficie de referencia, así como sus desviaciones estándar (Tabla 24).

Tabla 24. *Parámetro de sesgo vertical entre el sistema de alturas local y superficie de referencia global.*

Modelos geoidales	Superficie equipotencial de referencia							
	Original				Unificada W_0 IHRS			
	Residuos [m]	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza ΔW_0 m^2s^{-2}	W_0 m^2s^{-2}	Residuos [m]	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza m^2s^{-2}	W_0 m^2s^{-2}
xGGM23	-0.300	-2.87	0.434	62636856.27	-0.566	-5.467	0.420	62636858.87
xGeoid20B	-0.297	-2.80	0.813	62636856.20	-0.564	-5.39	0.792	62636858.79
EGM2008	-0.745	-7.04	1.366	62636860.44	-0.568	-5.311	1.333	62636858.71
EIGEN-6C4	-0.738	-6.97	0.853	62636860.37	-0.562	-5.238	0.832	62636858.64
xGM2019e_2159	-0.743	-7.23	0.559	62636860.63	-0.567	-5.501	0.544	62636858.90
SGG-UGM-2	-0.747	-7.03	0.774	62636860.43	-0.571	-5.301	0.754	62636858.70



Figura 28*. Dispersión de las alturas del geoide calculadas en relación con las alturas ortométricas del lugar con datos de toda la República Mexicana sin manipular la superficie de referencia de origen.*

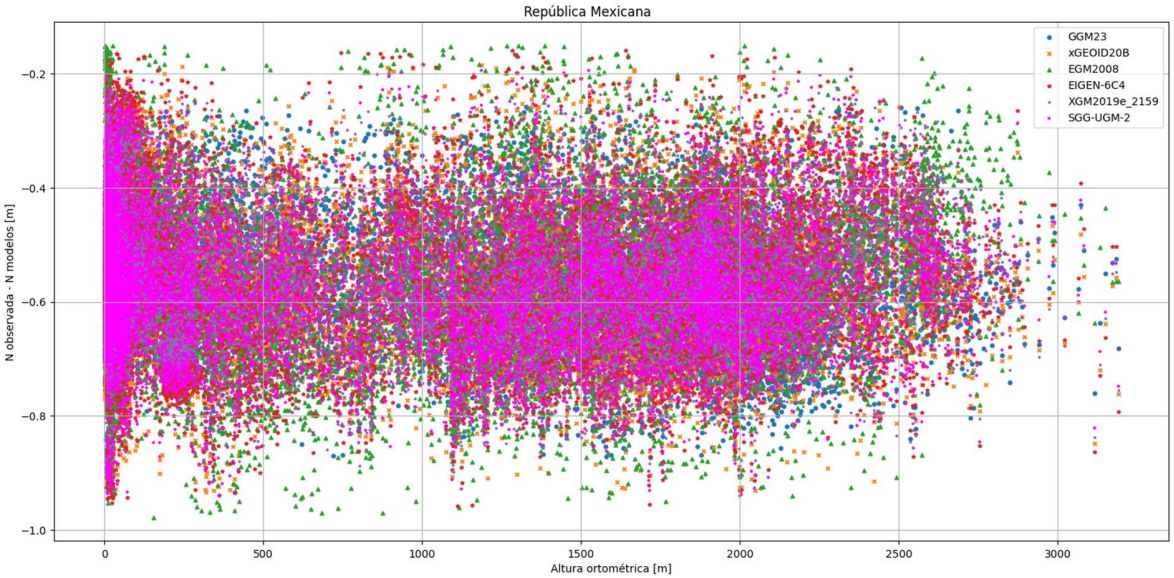


***Figura 29**. Dispersión de las alturas del geoide calculadas en relación con las alturas ortométricas del lugar con datos de toda la República Mexicana.*

El sesgo entre las diferentes regiones del país se muestra en las figuras (30-35).

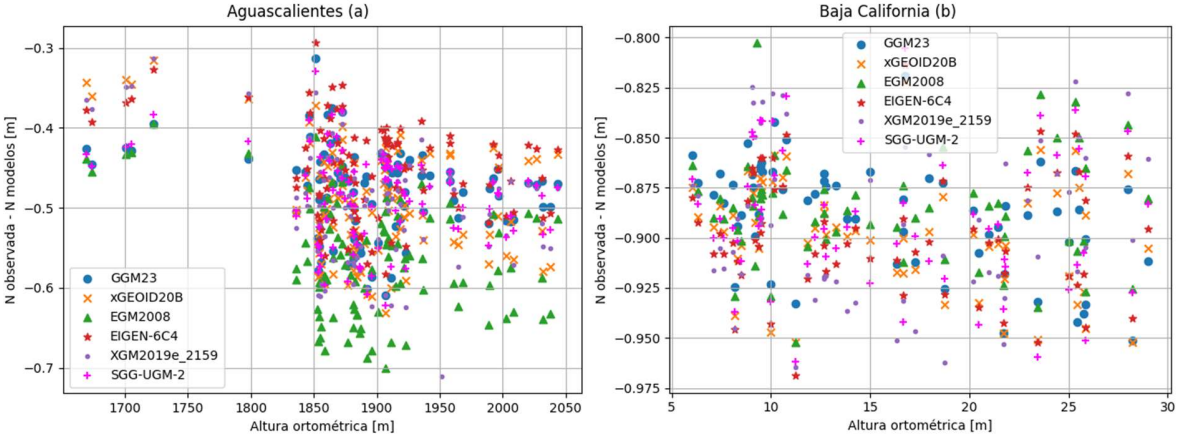


***Figura 30.** Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Aguascalientes (a), Baja California (b).*

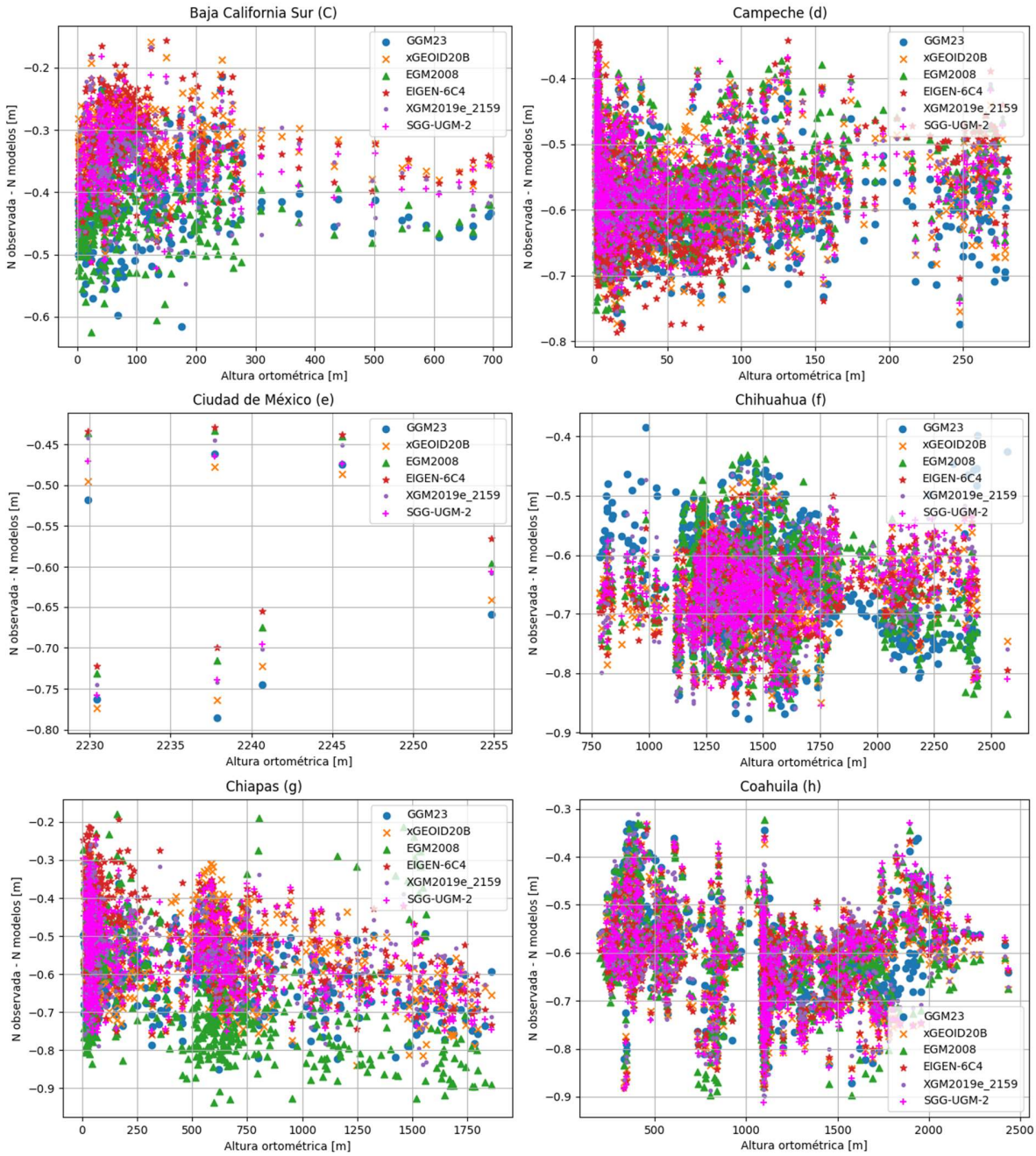


Figura 31. *Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Baja California Sur (c), Campeche (d), Ciudad de México (e), Chihuahua (f), Chiapas (g), Coahuila(h).*

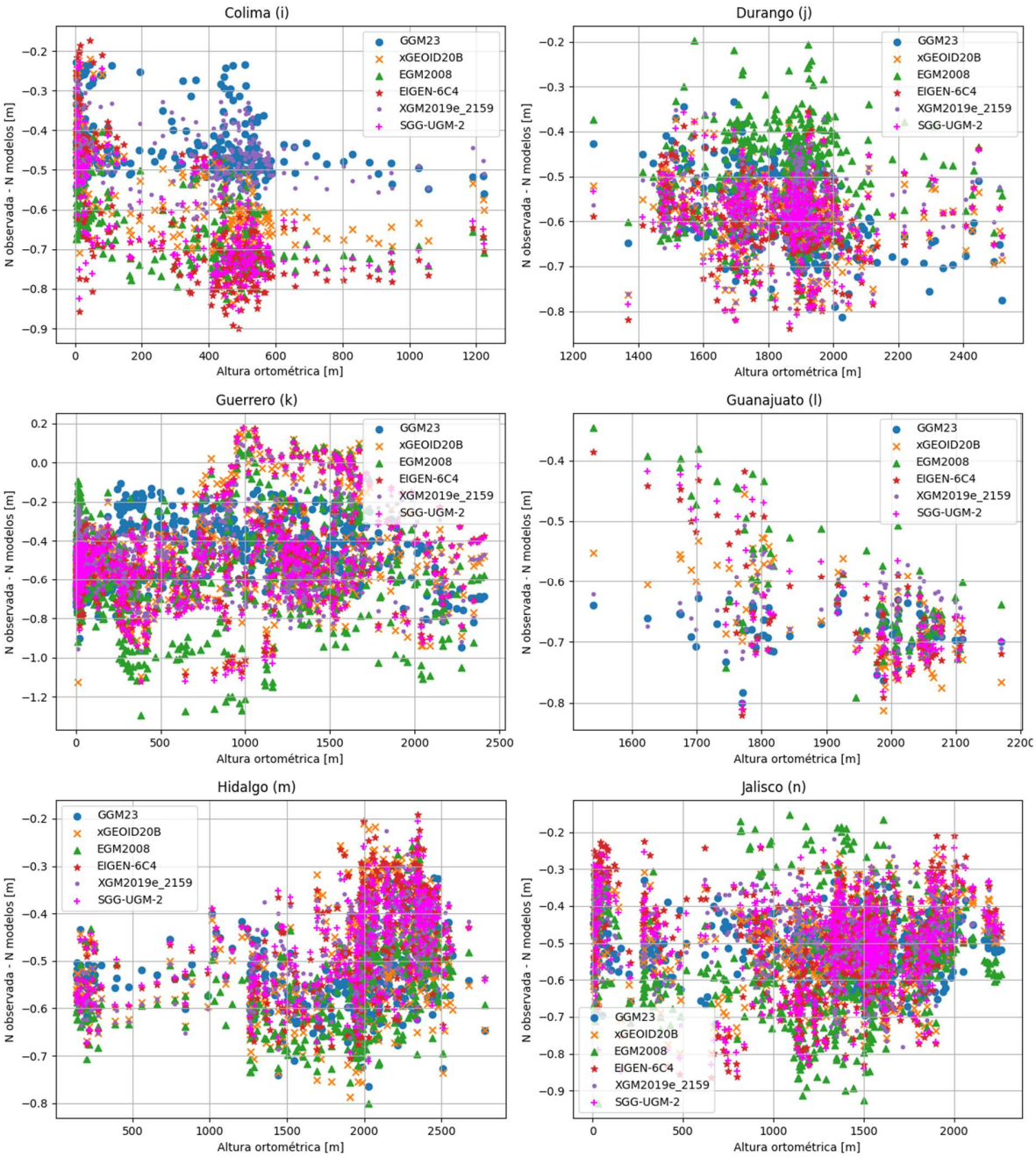


Figura 32. *Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Colima (i), Durango (j), Guerrero (k), Guanajuato (l), Hidalgo (m), Jalisco (n).*

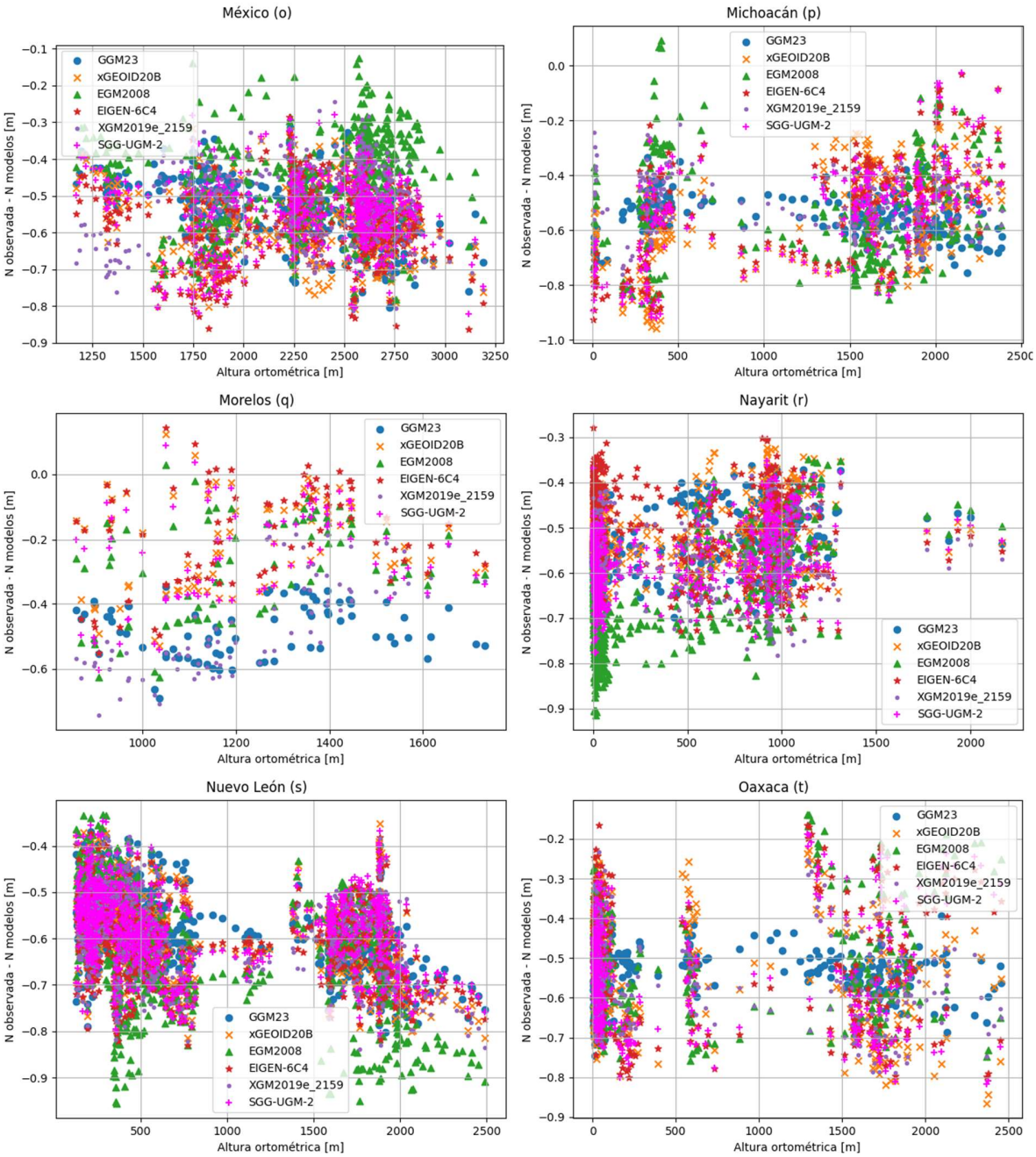


***Figura 33**. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de México (o), Michoacán (p), Morelos (q), Nayarit (r), Nuevo León (s), Oaxaca (t).*

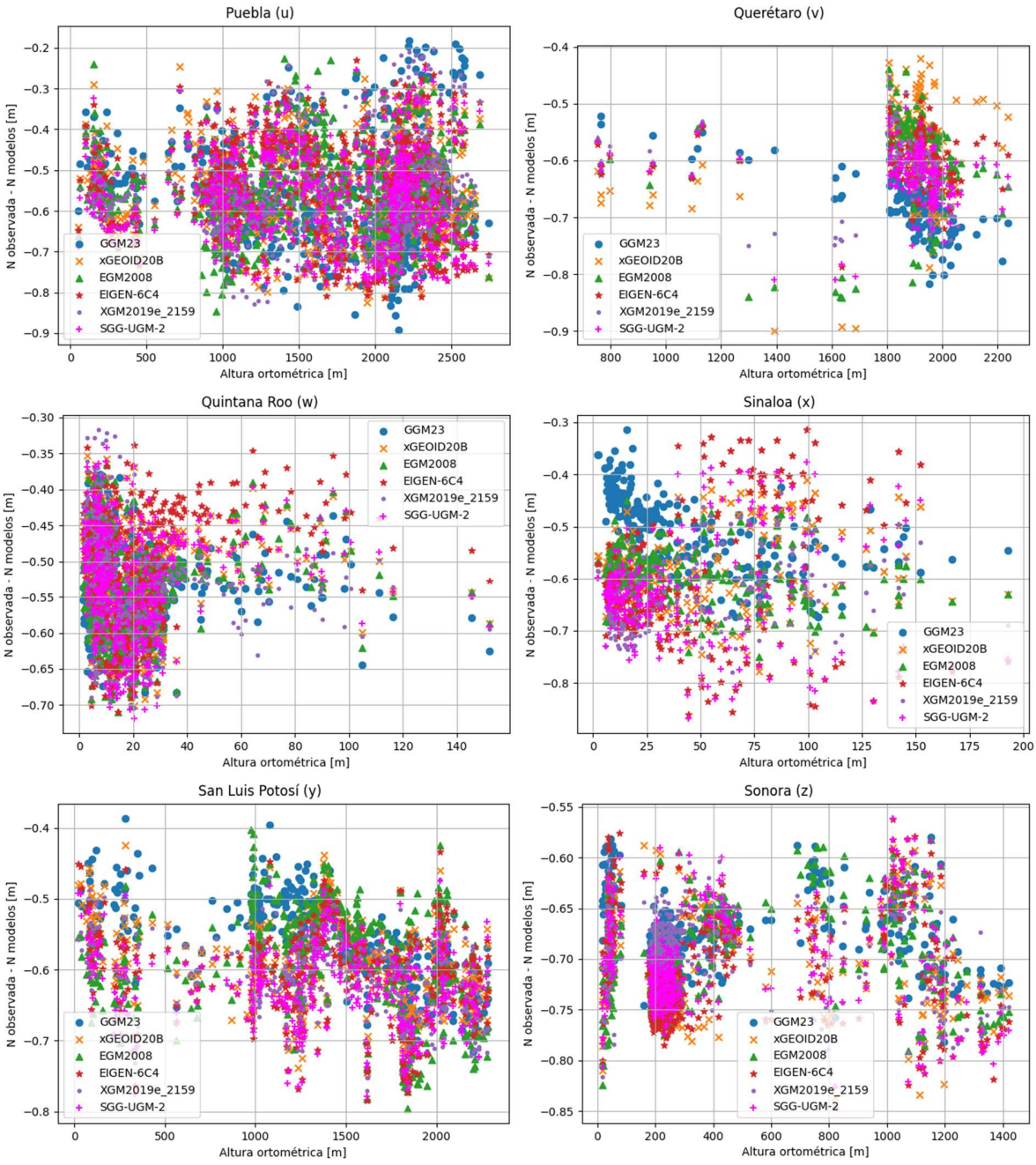


***Figura 34**. Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Puebla (u), Querétaro (v), Quintana Roo (w), Sinaloa(x), San Luis Potosí (y), Sonora (z).*

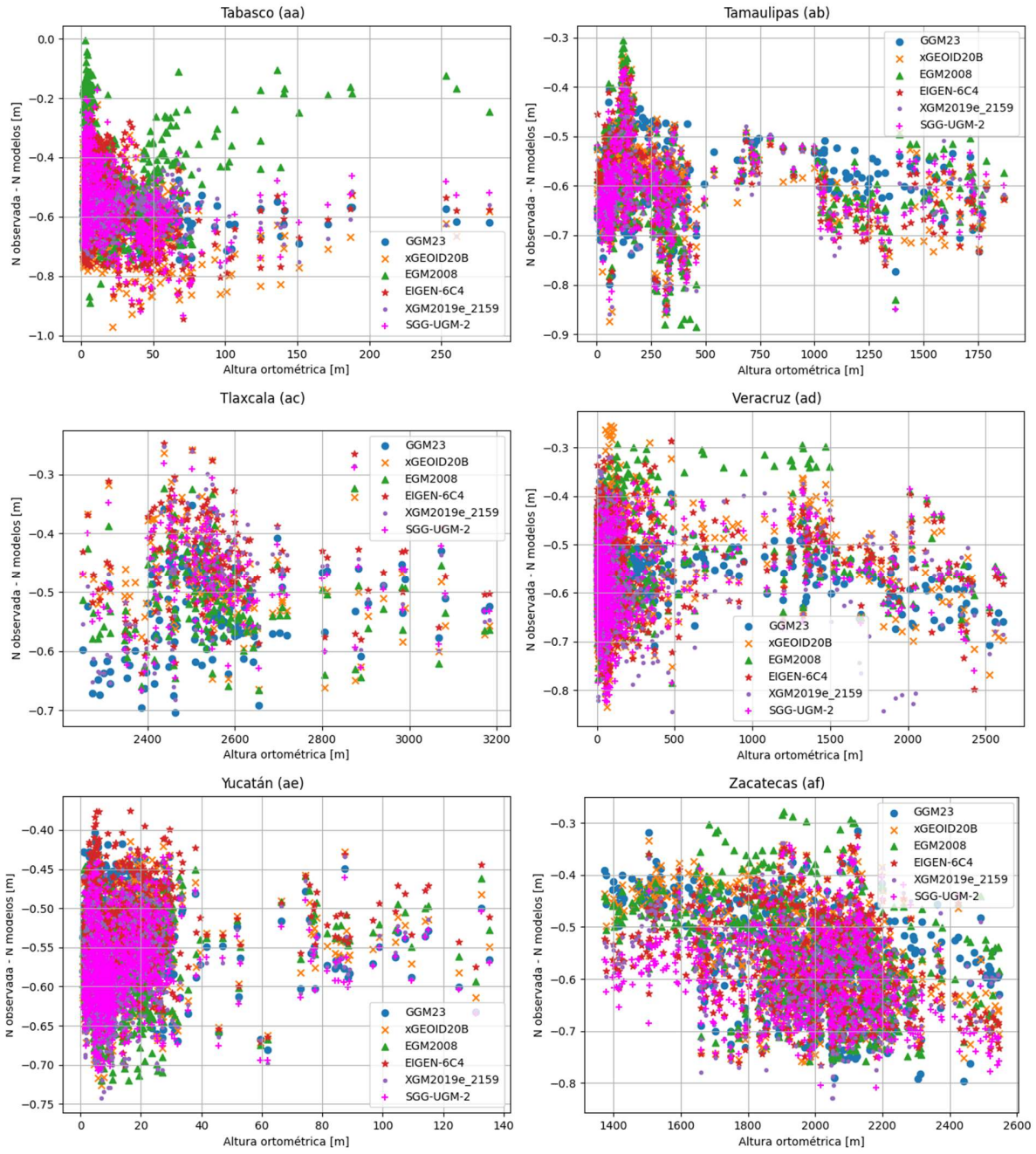


Figura 35. *Dispersión de las alturas del geoide calculadas con relación a las alturas ortométricas de Tabasco (aa), Tamaulipas (ab), Tlaxcala (ac), Veracruz(ad), Yucatán (ae), Zacatecas (af).*

Los datos recopilados permitieron estimar el parámetro del sesgo vertical entre el datum vertical local y el datum vertical global establecido por convención, W_0^{IHRS} (Tabla 25).

Tabla 25. *Parámetro de sesgo vertical entre datum local y global W_0^{IHRS}.*

	xGGM23		xGeoid20B		EGM2008		EIGEN-6C4		xGM2019e_2159		SGG-UGM-2	
Estado	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza m^2s^{-2}	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza m^2s^{-2}	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza m^2s^{-2}	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza m^2s^{-2}	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza m^2s^{-2}	ΔW_0 m^2s^{-2}	Varianza m^2s^{-2}
AGS	-4.7	0.299	-4.83	0.481	-5.49	0.479	-4.40	0.346	-4.84	0.499	-4.77	0.309
BC	-8.62	0.048	-8.74	0.053	-8.67	0.056	-8.79	0.066	-8.71	0.125	-8.69	0.084
BCS	-4.28	0.126	-3.31	0.118	-4.57	0.161	-3.61	0.154	-3.72	0.244	-3.84	0.140
CAMP	-5.34	0.431	-5.25	0.412	-5.50	0.476	-5.20	0.794	-5.13	0.406	-4.91	0.471
CDMX	-6.16	1.66	-6.10	1.49	-5.63	1.537	-5.52	1.408	-5.78	1.677	-5.88	1.431
CHIH	-6.24	0.680	-6.53	0.365	-6.31	0.558	-6.54	0.375	-6.54	0.375	-6.54	0.361
CHIS	-5.75	0.54	-4.47	1.133	-5.05	2.967	-4.05	1.764	-4.83	1.886	-4.65	1.695
COAH	-5.46	0.788	-6.65	0.724	-5.65	0.90	-5.76	0.69	-5.62	0.847	-5.71	0.745
COL	-3.93	0.761	-3.86	0.777	-5.38	0.747	-3.97	1.301	-4.03	0.704	-4.24	1.10
DGO	-5.68	0.703	-5.64	0.537	-4.76	0.97	-5.82	0.658	-5.59	0.630	-5.76	0.606
GRO	-6.08	0.556	-5.44	0.432	-4.25	1.702	-5.67	0.374	-4.58	0.476	-5.87	0.542
GTO	-6.68	0.115	-6.41	0.569	-5.88	1.033	-6.36	0.948	-6.30	0.247	-6.36	0.930
HGO	-5.20	0.150	-5.36	0.38	-5.78	0.384	-5.41	0.387	-5.57	0.329	-5.39	0.363
JAL	-4.91	0.788	-5.11	0.961	-5.50	1.56	-4.43	0.946	-4.92	1.150	-4.80	0.877
MEX	-5.26	0.682	-5.60	0.832	-4.45	1.338	-5.63	0.951	-5.14	0.992	-5.41	0.994
MICH	-6.66	0.207	-6.88	0.716	-6.12	1.479	-8.37	0.571	-5.10	1.498	-8.00	0.702
MOR	-4.73	0.629	-2.18	2.142	-3.02	2.48	-2.02	2.577	-4.92	1.865	-2.57	2.46
NAY	-5.46	0.118	-5.18	0.159	-6.53	0.298	-4.14	0.133	-5.71	0.128	-5.30	0.195
NL	-5.52	0.441	-5.42	0.501	-5.30	0.941	-5.64	0.492	-5.61	0.556	-5.36	0.546
OAX	-5.64	0.591	-4.59	0.819	-4.48	0.671	-4.69	0.772	-4.95	0.645	-5.02	0.319
PUEB	-5.00	0.628	-5.18	0.771	-5.26	0.876	-5.35	0.717	-5.53	0.584	-5.60	0.757
QRO	-6.48	0.402	-5.77	0.766	-5.86	0.631	-5.86	0.172	-6.01	0.320	-6.09	0.263
QROO	-5.30	0.322	-4.79	0.30	-5.18	0.31	-4.74	0.389	-4.70	0.482	-4.91	0.330
SIN	-4.13	0.334	-5.64	0.110	-5.69	0.122	-6.01	0.253	-6.23	0.241	-6.10	0.174
SLP	-4.97	0.091	-4.95	0.147	-5.62	0.113	-4.96	0.380	-5.49	0.094	-5.26	0.267
SON	-6.35	0.133	-7.07	0.210	-7.26	0.232	-6.90	0.295	-7.01	0.250	-7.06	0.212
TAB	-6.01	0.178	-5.44	1.676	-4.26	3.155	-5.70	1.002	-5.72	0.307	-5.05	1.313
TAMPS	-6.15	0.271	-5.97	0.236	-5.86	0.224	-5.51	0.254	-6.15	0.254	-6.15	0.201
TLAX	-5.19	0.54	-4.56	0.606	-4.99	0.470	-4.36	0.556	-4.59	0.765	-4.68	0.548
VER	-5.21	0.282	-5.46	0.458	-5.52	0.317	-5.03	0.725	-5.85	0.365	-5.58	0.343
YUC	-5.28	0.171	-5.71	0.218	-5.59	0.198	-5.36	0.219	-5.78	0.264	-5.74	0.210
ZAC	-5.41	0.885	-5.30	0.884	-5.37	0.957	-5.53	0.761	-5.65	0.742	-5.77	0.654
Media	-5.56	0.455	-5.42	0.620	-5.46	0.880	-5.35	0.660	-5.07	0.620	-5.03	0.623
Nacional	**-5.46**	0.432	-5.53	0.472	-5.55	0.549	-5.42	0.499	-5.64	0.463	-5.62	0.428

Se realizó el cálculo del sesgo vertical para cada estado y se analizó la inconsistencia de los datos disponibles con el proposito de aprovechar la mayor cantidad de datos disponibles. De acuerdo con los diferentes modelos del geoide utilizados, el sesgo

vertical se encuentra entre -5.03 m^2s^{-2} y -5.56 m^2s^{-2} a nivel nacional. Si eliminamos las Entidades Federativas resaltadas en color rojo de la Tabla 25, las cuales muestran alta desviación estándar e inconsistencias entre modelos, obtenemos un sesgo vertical entre -5.42 m^2s^{-2} y -5.64 m^2s^{-2}. Debido a que el modelo xGGM23, es el que presenta mejor presición en terminos absolutos de acuerdo con su documento técnico, lo cual corresponde con los resultados obtenidos en los experimentos, el valor del parámetro del sesgo vertical para la República Mexicana es -5.46 m^2s^{-2}.

Las desviaciones estandar obtenidas en la ondulaciones del geoide geométrico, que permiten conocer que tan alejados estan los valores derivados de los diferentes modelos utilizados, se calculan mediante la ecuación 21:

$$\sigma_{\mathrm{N}^{\mathrm{NAVD88}}} = \sqrt{\sigma_{\mathrm{h}}^2 + \sigma_{\mathrm{H}}^2} \qquad (21)$$

donde:

$\sigma_{\mathrm{N}^{\mathrm{NAVD88}}}$, es el error de la ondulación del geoide, derivado de alturas ortométricas refereridas al NAVD88; σ_{h}^2, es la varianza de la altitud elipsoidal, en metros; σ_{H}^2, es la varianza de la altura ortométrica, en metros.

Tomando en cuenta que la varianza de la altura elipsoidal fue determinada con una precisión menor al decímetro y la varianza de las alturas ortométricas corresponden a $0.30 - 0.40\,m$ para lineas entre 50 y 100 km, de acuerdo a las normas técnicas establecidas para redes de nivelación de primer orden clase II ($4\,mm\sqrt{K}$, donde K, es la longitud de la linea en Km), las cuales son las que se están utilizando en el presente trabajo. Por lo tanto , el error de la ondulacion del geoide geométrico resulta:

$$\sigma_{\mathrm{N}^{\mathrm{NAVD88}}} = \pm 0.107\ \mathrm{m}$$

Lo que indica que la ondulación geoidal obtenida a partir de las mediciones de campo, tendra un precisión menor a 11 cm, es importante resaltar que actualmente es posible alcanzar una mejor precición en alturas elipsoidales, que las obtenidas en la época en la que se estableció la Red Geodésica Nacional Pasiva.

Los resultados obtenidos estan ampliamente relacionados con las distribucion de los datos utilizados, las figuras 36-41 muestran sus histogramas para su análisis.

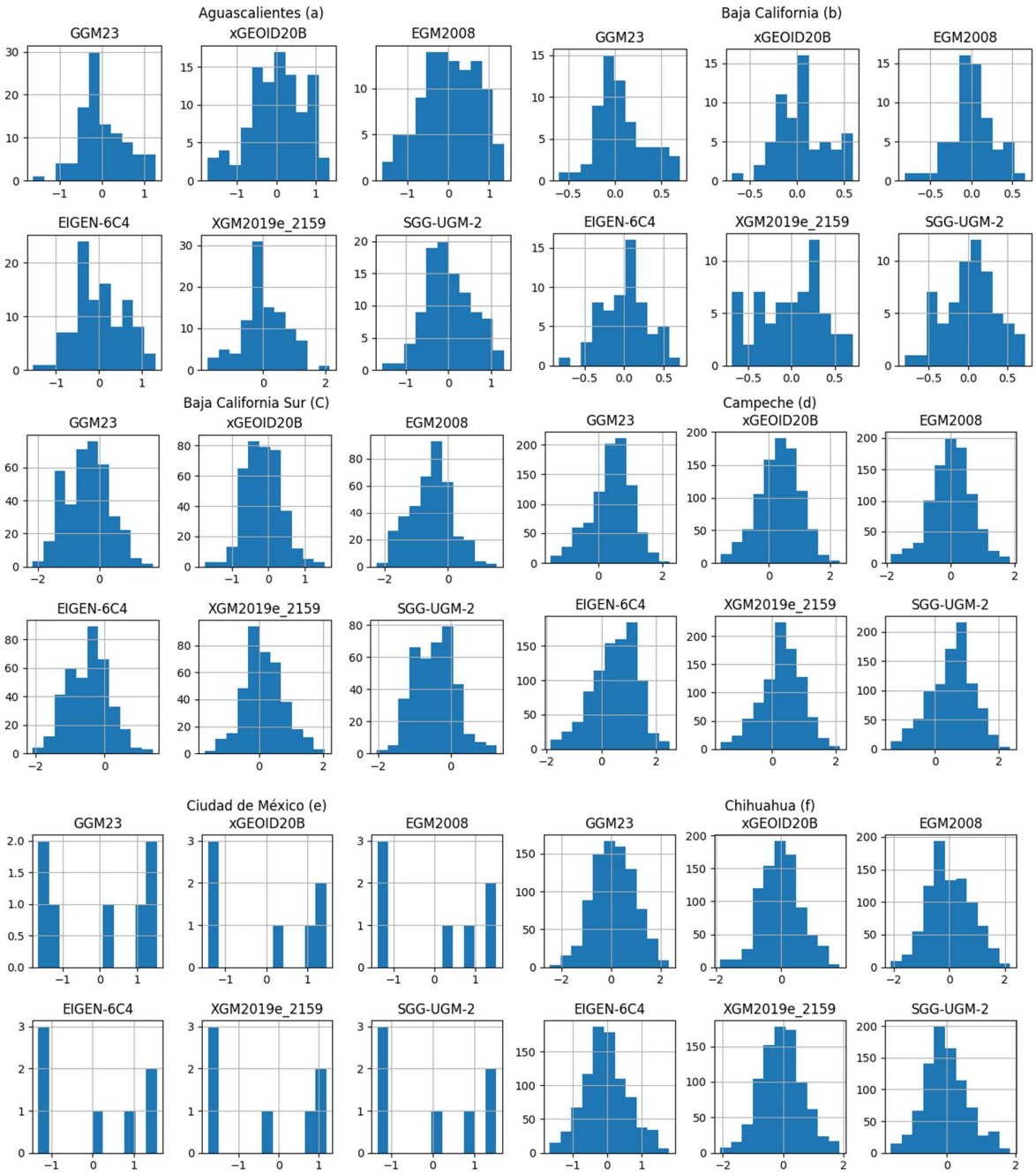


Figura 36. *Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Aguascalientes (a), Baja California (b), Baja California Sur (c), Campeche (d), Ciudad de México (e) y Chihuahua (f).*

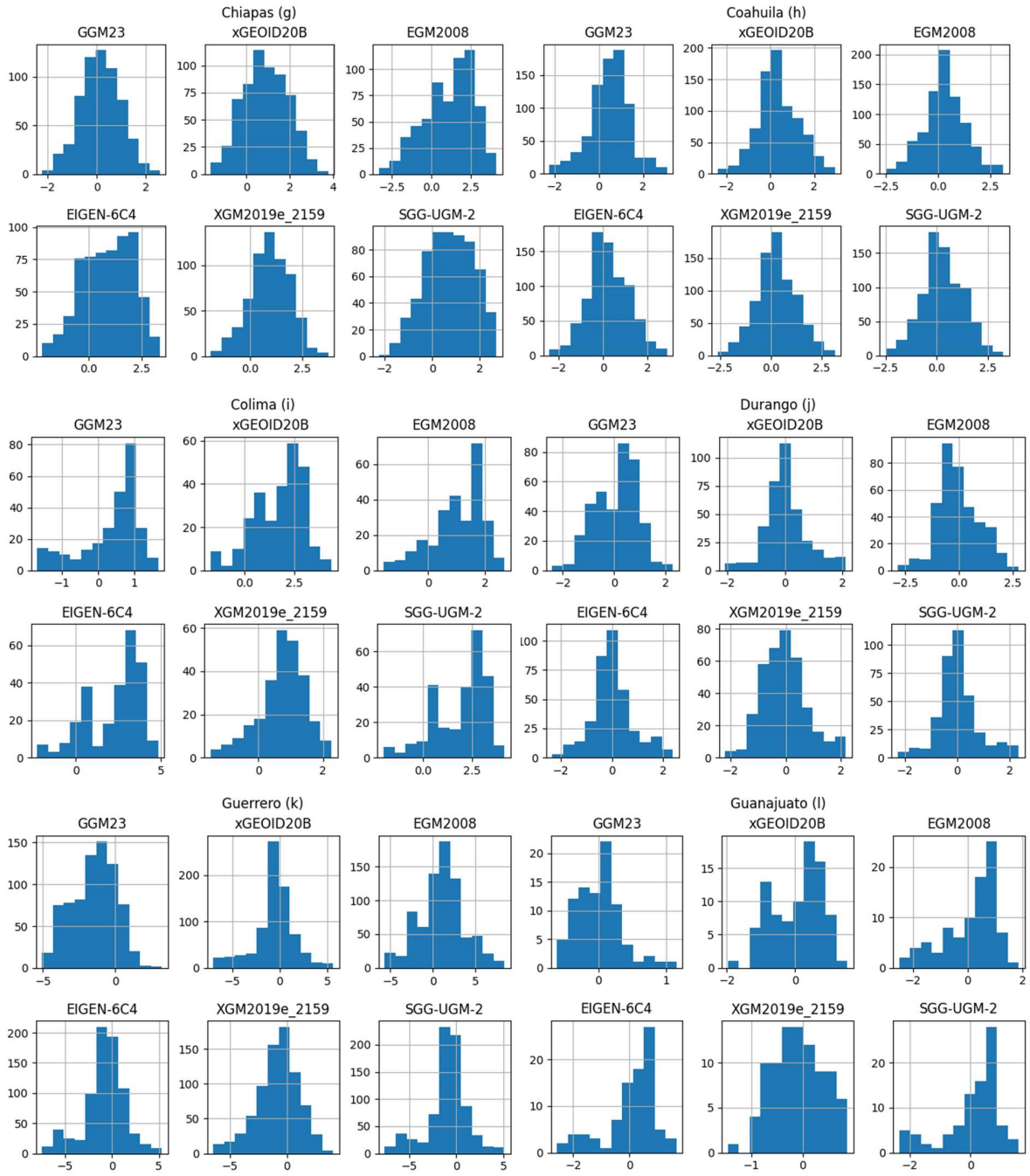


Figura 37. *Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Chiapas (g), Coahuila(h), Colima (i), Durango (j), Guerrero (k) y Guanajuato (l).*

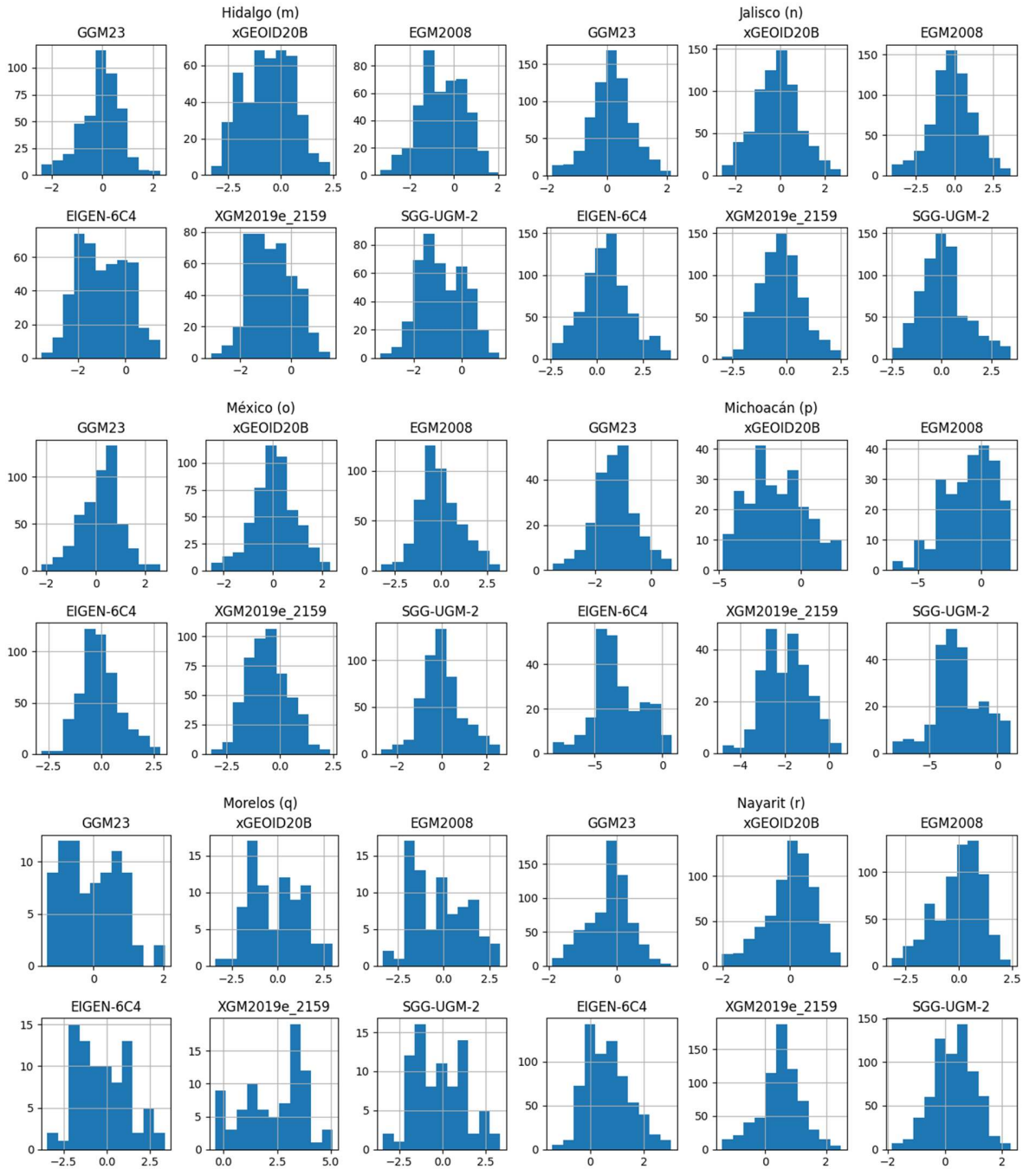


Figura 38. *Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Hidalgo (m), Jalisco (n), de México (o), Michoacán (p), Morelos (q) y Nayarit (r).*

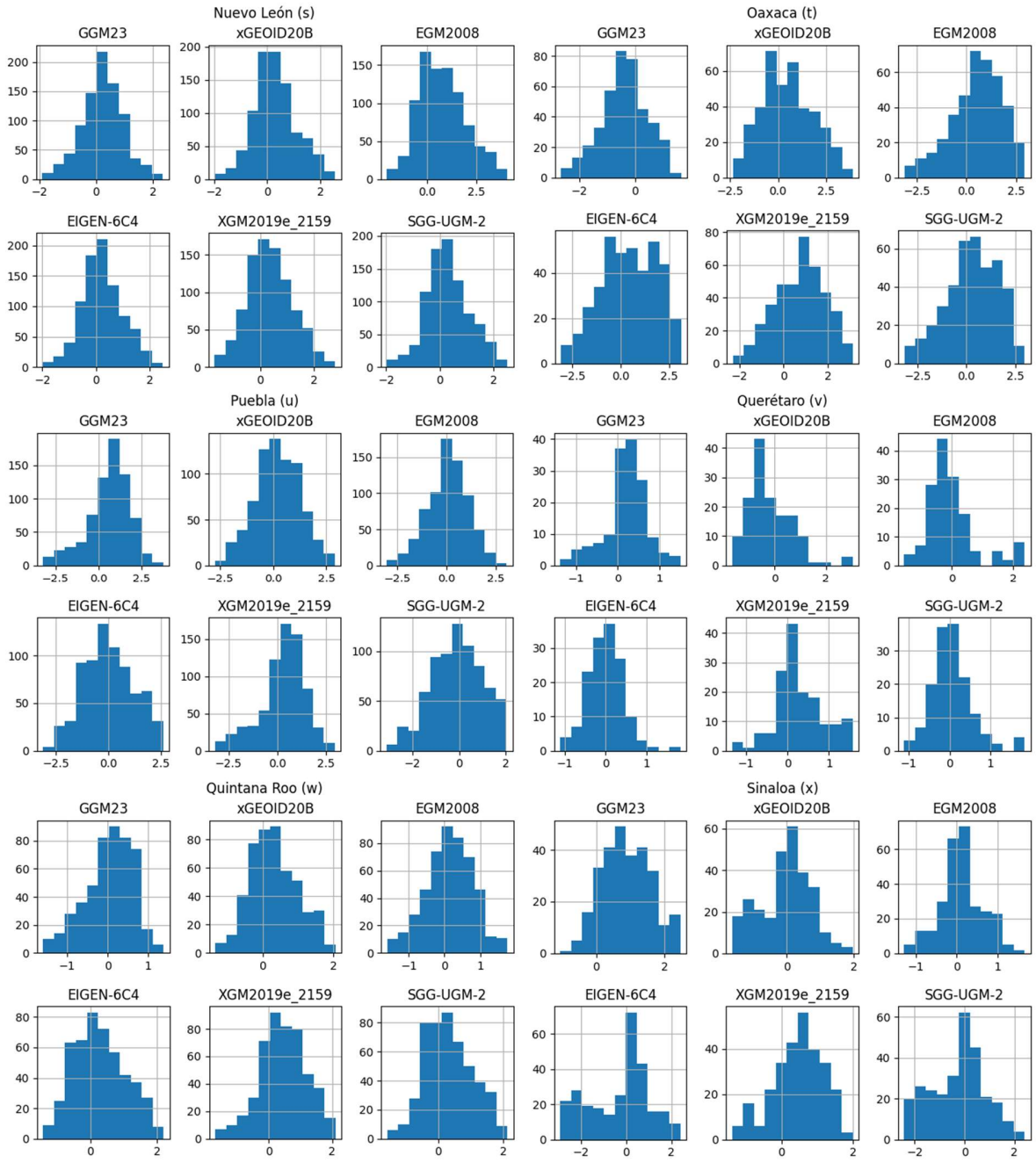


Figura 39. *Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Nuevo León (s), Oaxaca (t), Puebla (u), Querétaro (v), Quintana Roo (w) y Sinaloa(x).*

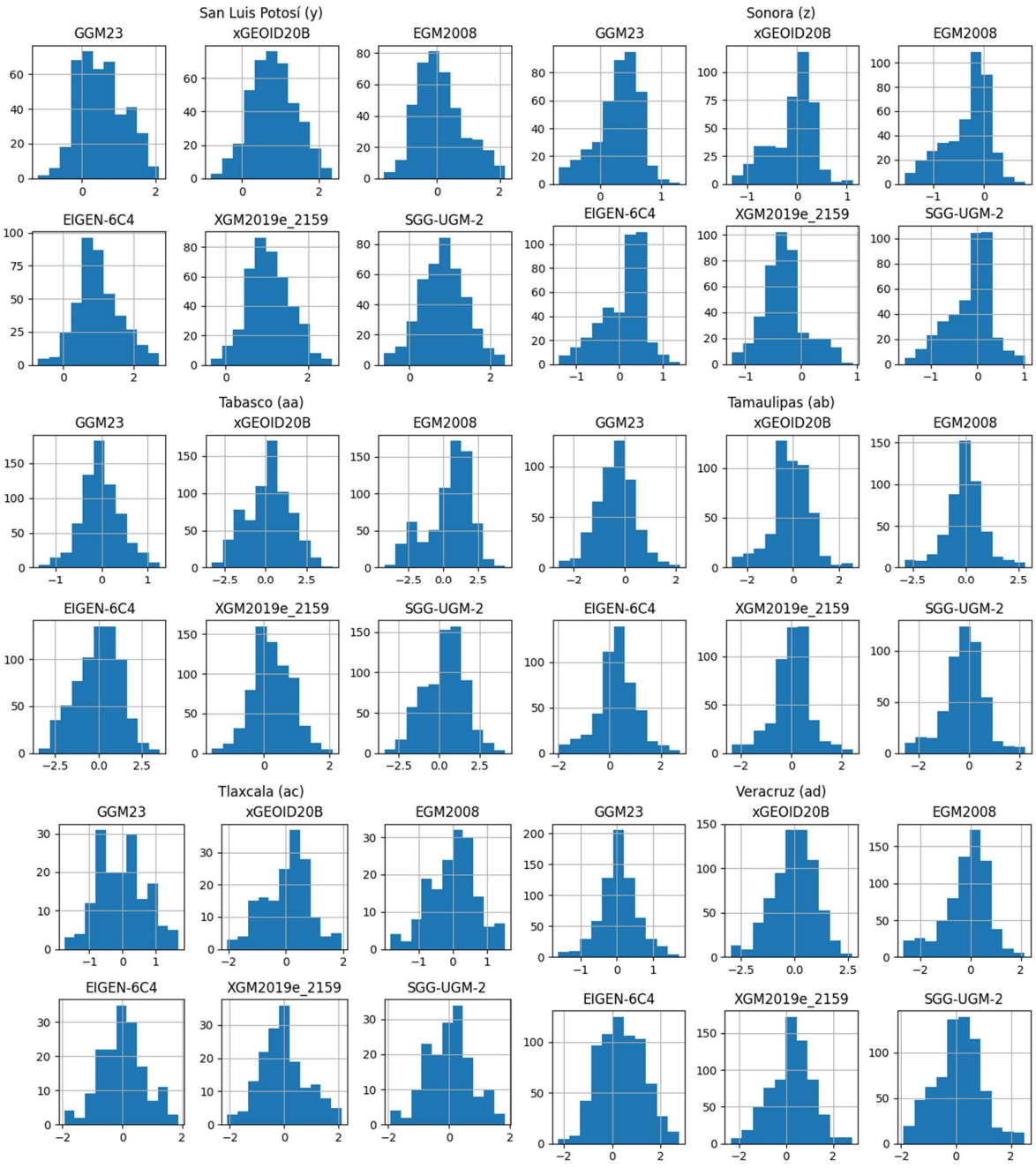


Figura 40. *Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de San Luis Potosí (y), Sonora (z), Tabasco (aa), Tamaulipas (ab), Tlaxcala (ac) y Veracruz(ad).*

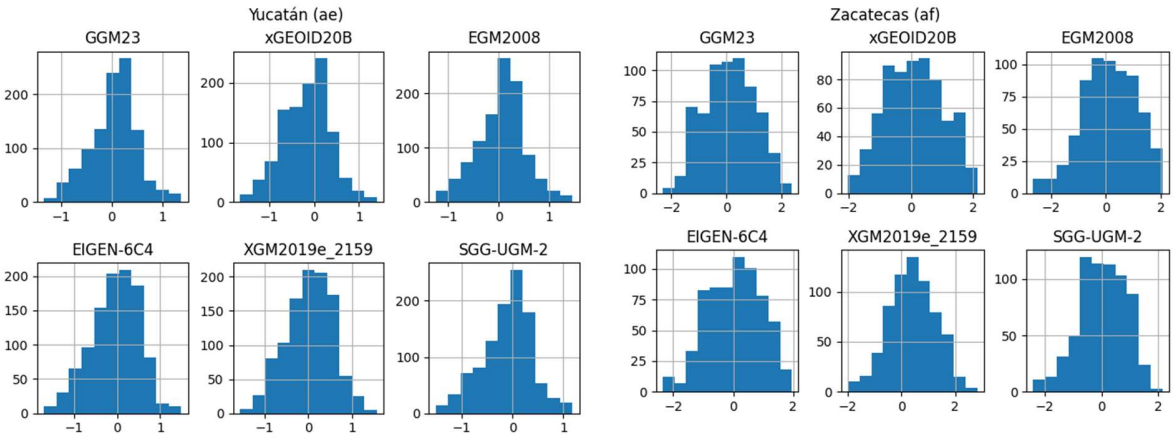


Figura 41. *Histogramas de distribución de los datos utilizados en el cálculo del sesgo entre el datum vertical global y local de Yucatán (ae), Zacatecas (af).*

Ademas del sesgó entre datums se calculó el datum vertical local para cada Entidad Federativa. (Tabla 26)

Tabla 26. *Datum local (W'_0) para cada Estado y media Nacional [$m^2 s^{-2}$].*

Estado	xGGM23	XGEOID20B	EGM2008	EIGEN6C4	XGM2019e2159	SGGUGM2
AGS	62636858.10	62636858.23	62636858.89	62636857.80	62636858.24	62636858.17
BC	62636862.02	62636862.14	62636862.07	62636862.19	62636862.11	62636862.09
BCS	62636857.68	62636856.71	62636857.97	62636857.01	62636857.12	62636857.24
CAMP	62636858.74	62636858.65	62636858.90	62636858.60	62636858.53	62636858.31
CDMX	62636859.56	62636859.50	62636859.03	62636858.92	62636859.18	62636859.28
CHIH	62636859.64	62636859.93	62636859.71	62636859.94	62636859.94	62636859.93
CHIS	62636859.15	62636857.85	62636858.45	62636857.45	62636858.23	62636858.05
COAH	62636858.86	62636859.05	62636859.05	62636859.16	62636859.02	62636859.11
COL	62636857.33	62636857.26	62636858.78	62636857.37	62636857.43	62636857.64
DGO	62636859.08	62636859.04	62636858.16	62636859.22	62636858.99	62636859.16
GRO	62636859.48	62636858.84	62636857.65	62636859.07	62636857.98	62636859.27
GTO	62636860.08	62636859.82	62636859.28	62636859.76	62636859.70	62636859.76
HGO	62636858.60	62636858.76	62636859.18	62636858.81	62636858.97	62636858.78
JAL	62636858.31	62636858.51	62636858.91	62636857.84	62636858.32	62636858.20
MEX	62636858.66	62636859.00	62636857.85	62636859.03	62636858.54	62636858.81
MICH	62636860.06	62636860.28	62636859.52	62636861.77	62636858.50	62636861.40
MOR	62636858.13	62636855.58	62636856.42	62636855.42	62636858.32	62636855.96
NAY	62636858.86	62636858.58	62636859.93	62636857.54	62636859.11	62636858.70
NL	62636858.92	62636858.82	62636858.70	62636859.04	62636859.01	62636858.76
OAX	62636859.04	62636857.99	62636857.88	62636858.09	62636858.35	62636858.42
PUEB	62636858.40	62636858.58	62636858.66	62636858.75	62636858.93	62636859.00
QRO	62636859.88	62636859.17	62636859.26	62636859.26	62636859.41	62636859.49
QROO	62636858.70	62636858.19	62636858.58	62636858.14	62636858.10	62636858.31

Estado	xGGM23	XGEOID20B	EGM2008	EIGEN6C4	XGM2019e2159	SGGUGM2
SIN	62636857.53	62636859.04	62636859.09	62636859.41	62636859.63	62636859.50
SLP	62636858.37	62636858.35	62636859.02	62636858.36	62636858.89	62636858.66
SON	62636859.75	62636860.47	62636860.66	62636860.30	62636860.41	62636860.46
TAB	62636859.41	62636858.84	62636857.66	62636859.10	62636859.12	62636858.45
TAMPS	62636859.55	62636859.37	62636859.26	62636858.91	62636859.55	62636859.52
TLAX	62636858.59	62636857.96	62636858.39	62636857.76	62636857.99	62636858.08
VER	62636858.62	62636858.86	62636858.92	62636858.43	62636859.25	62636858.98
YUC	62636858.68	62636859.11	62636858.99	62636858.76	62636859.18	62636859.14
ZAC	62636858.81	62636858.70	62636858.77	62636858.93	62636859.05	62636859.17
Media Nacional	62636858.96 **62636858.87**	62636858.79 62636858.87	62636858.86 62636859.01	62636858.75 62636858.81	62636858.91 62636859.07	62636858.93 62636859.03

El valor de referencia de potencial local varía en las diferentes regiones del país, al eliminar los valores con inconsistencias resaltados en color rojo, obtenemos del valor 62636858.87 $m^2 s^{-2}$, que corresponde al valor de referencia del sistema de alturas local (Tabla 26). Estados como Baja California, Michoacán y Sonora, muestran mayor valor de referencia y Morelia un valor más bajo (Figura 42).

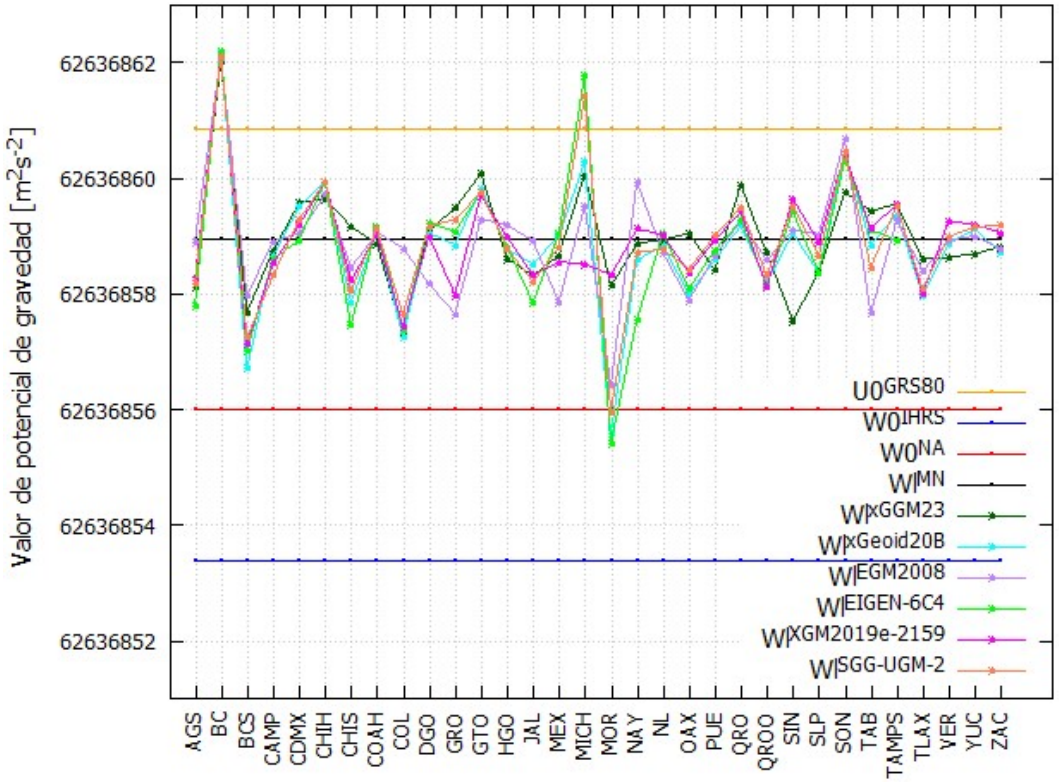


Figura 42. *Niveles de referencia vertical global y local, para la determinación de valores de potencial de gravedad.*

Capítulo V

En este capítulo se presentan las principales conclusiones derivadas de los experimentos de cálculo para la determinación de números geopotenciales y alturas ortométricas, hacia la modernización de alturas en México que contribuyan a la implementación regional del Sistema de Referencia Internacional de Alturas. A lo largo del estudio, se logró determinar el impacto en la precisión de los resultados obtenidos al utilizar conjuntos de datos con diversas características, principalmente: origen o fuente, calidad y zonas de estudio. Se validó la metodología implementada a través de análisis comparativo y se reafirma la importancia de contar con un sistema de referencia estandarizado para trabajos topográficos y geodésicos.

5 Conclusiones

De acuerdo con los resultados obtenidos en los diversos experimentos realizados, es fundamental llevar a cabo un análisis exhaustivo de los datos geodésicos necesarios para calcular alturas que dependen del campo de gravedad terrestre. Las alturas geométricas como las obtenidas utilizando al elipsoide como referencia, no permiten determinar la dirección en que fluye el agua. Por lo tanto, para aplicaciones prácticas en obras de ingeniería o estudios relacionados con el movimiento de fluidos es necesario usar alturas físicas.

Al caracterizar los datos geodésicos utilizados para calcular alturas, se detectaron las inconsistencias principales en las alturas ortométricas obtenidas por diferentes dependencias, proyectos y épocas de medición. Además, la probable variación del valor de referencia debido a los cambios en la superficie de la Tierra juega un papel importante. Un paso importante al calcular las diferencias de potencial de gravedad es analizar las características de los datos de entrada, los parámetros del elipsoide referencia, entre otros.

Los datos necesarios se obtienen a partir de técnicas geodésicas que involucran observaciones satelitales, nivelación y datos gravimétricos. Es importante tener en

cuenta que las alturas pueden variar de acuerdo con la región geográfica y las irregularidades locales del campo de gravedad terrestre. Por lo tanto, es fundamental utilizar modelos geodésicos y técnicas de corrección adecuadas para obtener medidas precisas y consistentes de alturas en este sistema de referencia internacional.

Cabe resaltar que, si el objetivo del sistema es obtener precisiones milimétricas, contar con datos donde se eliminan los efectos de marea, origina que estos deban ser transformados a marea cero y posteriormente a marea media, ya que el no realizar esta corrección ocasiona errores de un par de centímetros. Por tanto, además, de adoptar las convenciones establecidas para la definición del sistema de carácter global, es necesario analizar de manera minuciosa, los datos disponibles. De manera particular en el estado de Baja California se obtuvo un valor de referencia local que varía significativamente con respecto a la media Nacional. Según diversos autores, la determinación del geoide o cuasigeoide local es actualmente la opción más confiable para obtener resultados precisos en el cálculo de W(P), lo cual en consistente con los resultados obtenidos en esta investigación. Este enfoque requiere una mayor cantidad de observaciones de gravedad terrestre, lo que reafirma la necesidad de densificar redes gravimétricas nacionales. El marco de referencia gravimétrico utilizado actualmente México, será actualizado próximamente como parte de los esfuerzos realizados por la comunidad geodésica para proveer información geodésica confiable, acorde con las tendencias actuales. A nivel global quienes requerimos de este insumo para el cálculo de alturas físicas, nos enfrentamos con la ausencia o escases de datos gravimétricos observados directamente en la superficie terrestre.

El valor de la varianza entre el geoide observado y los diferentes modelos, fue menor al utilizar el modelo xGGM23, lo que reafirma la importancia del cálculo de geoides locales o regionales para la determinación de sistemas de alturas modernas. En relación con el valor de referencia local, el resultado obtenido para todo el país corresponde con las estimaciones previas en las que el valor de alturas geoidales derivadas de NAVD88 se encuentran alrededor de 50 cm por debajo del del geoide global.

De acuerdo con los diferentes modelos del geoide utilizados, el sesgo vertical se encuentra entre -5.03 m^2s^{-2} y -5.56 m^2s^{-2} a nivel nacional. Al eliminar las Entidades

Federativas que muestran alta desviación estándar e inconsistencias entre modelos, obtenemos un sesgo vertical entre -5.42 m^2s^{-2} y -5.64 m^2s^{-2}. Debido a que el modelo xGGM23, es el que presenta mejor presición en terminos absolutos de acuerdo con su documento técnico, lo cual corresponde con los resultados obtenidos en los experimentos, el valor del parámetro del sesgo vertical para la República Mexicana es -5.46 m^2s^{-2} (-0.56 m).

El valor de referencia de potencial local varía en las diferentes regiones del país, al eliminar los valores con inconsistencias se obtiene el valor 62636858.87 $m^2\,s^{-2}$, que corresponde al valor de referencia del sistema de alturas local. Estados como Baja California, Michoacán y Sonora, muestran mayor valor de referencia y Morelia un valor más bajo.

La tarea futura será generar modelos locales de alturas atendiendo la recomendaciones y tendencias actuales que permitan proponer solución a diversos problemas de ingeniería, así como la investigación científica. La continuación de los trabajos realizados en la presente investigación, permitirán en un futuro ampliar el sistema de alturas local y nacional, asociado a un sistema de referencia vertical de carácter global.

Bibliografía

Altamimi, Z. (2010). ITRF2008 and the IGS Contribution.

Altamimi, Z., Rebischung, P., Collilieux, X., Métivier, L., & Chanard, K. (2023). ITRF2020: an augmented reference frame refining the modeling of nonlinear station motions. Journal of Geodesy, 97(5). https://doi.org/10.1007/s00190-023-01738-w

Altamimi, Z., Rebischung, P., Métivier, L., & Collilieux, X. (2016). ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. Journal of Geo-physical Research : Solid Earth, 121(8). https://doi.org/10.1002/2016JB013098ï

Amin, H., Sjöberg, L. E., & Bagherbandi, M. (2019). A global vertical datum defined by the conventional geoid potential and the Earth ellipsoid parameters. Journal of Geodesy, 93(10), 1943–1961. https://doi.org/10.1007/s00190-019-01293-3

Amjadiparvar, B., Rangelova, E., & Sideris, M. G. (2016). The GBVP approach for vertical datum unification: recent results in North America. Journal of Geodesy, 90(1), 45–63. https://doi.org/10.1007/s00190-015-0855-8

Antokoletz, E. (2021). El nuevo Sistema de Referencia Internacional de Gravedad (IGRS) y su materialización (IGRF).

Ardalan, A. A., & Safari, A. (2005). Global height datum unification: A new approach in gravity potential space. Journal of Geodesy, 79(9), 512–523. https://doi.org/10.1007/s00190-005-0001-0

Ardalan, A., Grafarend, E., & Kakkuri, J. (2002). National Height Datum, the Gaus-Listing Geoid Level Value W0 and Its Time Variation W0. Springer, 17–60. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-662-05296-9_3

Avalos-Naranjo, D. (2024). The Gravimetric Geoid for Mexico: xGGM23.

Barthelmes, F. (2013). Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models. https://doi.org/10.2312/GFZ.b103-0902-26

Berlin, S.-V., & Gmbh, H. (2002). International Association of Geodesy Symposia Fernando Sanso, Series Editor.

Boucher C, & Altamimi Z. (1985). Towards an improved realization of the BIH terrestrial frame. Earth Rotation and the Terrestrial Reference Frame, 2, 551.

Dávalos Naranjo, D. (2016). Cambio al Dátum Vertical NAVD88 en Información Geodésica Oficial (1a ed., Vol. 1). Instituto Nacional de Estadística y Geografía. http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/702825090289.pdf

de Freitas, S. R. C. (2016). Simposio SIRGAS IGM Ecuador-Quito-Noviembre de 2016. http://www.earthsciweek.org/contests/PurohitJay.jpg

de Freitas, S. R. C., Medina, A. S., & de Lima, S. R. S. (2002). Associated Problems to Link South American Vertical Networks and Possible Approaches to Face Them (pp. 318–323). https://doi.org/10.1007/978-3-662-04683-8_59

de Medeiros, D. F., Marotta, G. S., Chaves, C. A. M., & de França, G. S. L. A. (2022). Orthometric, normal and geoid heights in the context of the Brazilian altimetric network. Boletim de Ciencias Geodesicas, 28(1). https://doi.org/10.1590/s1982-21702022000100003

Drewes, H., & Kuglitsch, F. (2019). TRAVAUX 2015-2019, IAG Reports Vol. 41.

Drewes, H., Kuglitsch, F., Adám, J., & Rózsa, S. (2016). The geodesist's handbook 2016. En Journal of Geodesy (Vol. 90, Número 10, pp. 907–1205). Springer Verlag. https://doi.org/10.1007/s00190-016-0948-z

Drewes, H., Sánchez, L., Blitzkow, D., & Freitas, S. (2002). Scientific Foundations of the SIRGAS Vertical Reference System. En Vertical Reference Systems (pp. 297–301). https://doi.org/10.1007/978-3-662-04683-8_55

ESA, T. E. S. A. (2012). GOCE. https://www.eoportal.org/satellite-missions/goce#spacecraft.

Ferreira, V. G., & de Freitas, S. R. C. (2011). Geopotential numbers from GPS satellite surveying and disturbing potential model: A case study of Parana, Brazil. Journal of Applied Geodesy, 5(3–4), 155–162. https://doi.org/10.1515/JAG.2011.016

Forsberg, R., Sideris, M. G., & Shum, C. K. (2005). The gravity field and GGOS. Journal of Geodynamics, 40(4–5), 387–393. https://doi.org/10.1016/j.jog.2005.06.014

Förste, C., Bruinsma, S. L., Abrikosov, O., Lemoine, J.-M., Schaller, T., Götze, H.-J., Ebbing, J., Marty, J. C., Flechtner, F., Balmino, G., & Biancale, R. (2014). The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse (Vol. 11).

Furones, A. M. (2010). Sistema y marco de referencia terrestre, sistema de coordenadas. Universidad Politécnica de Valencia.

Gatti, A., Reguzzoni, M., & Venuti, G. (2013). The height datum problem and the role of satellite gravity models. Journal of Geodesy, 87(1), 15–22. https://doi.org/10.1007/s00190-012-0574-3

GFZ. (2019). CHAMP: Overview of Final ME Products and Format Description Scientific Technical Report STR19/10-DataDescription. https://doi.org/10.2312/GFZ.b103-19104

GGOS. (2023a). IERS – Int. Earth Rotation and Reference Systems Service. https://ggos.org/item/iers/.

GGOS. (2023b). IGS – International GNSS Service. https://ggos.org/item/igs/.

GGOS. (2023c). ILRS – International Laser Ranging Service. https://ggos.org/item/ilrs/.

Gómez, A. R., Tocho, C. N., Antokoletz, E. D., Guagni, H. J., & Piñón, D. A. (2024). Estimation of the Argentinean Vertical Datum Parameter with Respect to the International Height Reference Frame (IHRF). https://doi.org/10.1007/1345_2024_244

Guimarães, G. do N., Blitzkow, D., de Matos, A. C. O. C., Silva, V. C., & Inoue, M. E. B. (2022). The Establishment of the IHRF in Brazil: Current Situation and Future Perspectives. Revista Brasileira de Cartografia, 74(3), 651–670. https://doi.org/10.14393/rbcv74n3-64949

Heiskanen, W., & Moritz, H. (1967). Physical Geodesy. W. H. Freeman and Company.

Hofmann-Wellenhof, B., & Moritz, H. (2005). Physical Geodesy.

IAG. (2015). IAG Resolution (No. 1) for the definition and realization of an International Height Reference System (IHRS). http://iag.dgfi.tum.de/index.php?id=329.http://iag.dgfi.tum.de/index.php?id=329.

ICGEM. (2023). Modelos geoponciales globales. http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints.

Ihde, J., & Sánchez, L. (2005). A unified global height reference system as a basis for IGGOS. Journal of Geodynamics, 40(4–5), 400–413. https://doi.org/10.1016/j.jog.2005.06.015

Ihde, J., Sánchez, L., Barzaghi, R., Drewes, H., Foerste, C., Gruber, T., Liebsch, G., Marti, U., Pail, R., & Sideris, M. (2017). Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRS). En Surveys in Geophysics (Vol. 38, Número 3, pp. 549–570). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/s10712-017-9409-3

INEGI. (2010). Norma Técnica para el Sistema Geodésico Nacional.

INEGI. (2011). El cambio de Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF) en México.

INEGI. (2017). La red geodésica gravimétrica.

Inoue, M., & Guimarães, G. (2025). Development and evolution of height systems in the context of SIRGAS: From the local vertical data to the International height reference frame. Journal of Geodetic Science, 15(1). https://doi.org/10.1515/jogs-2025-0183

Jekeli, C. (2000). Heights, the Geopotential, and Vertical Datums.

Jekeli, C. (2006). Geometric Reference System in Geodesy.

Jekeli, C., & Dumrongchai, P. (2003). On monitoring a vertical datum with satellite altimetry and water-level gauge data on large lakes. Journal of Geodesy, 77(7–8), 447–453. https://doi.org/10.1007/s00190-003-0345-2

JPL, J. P. L. (2018). GRACE. https://gracefo.jpl.nasa.gov/.

Kotsakis, C., Katsambalos, K., & Ampatzidis, D. (2012). Estimation of the zero-height geopotential level W oLVDin a local vertical datum from inversion of co-located GPS, leveling and geoid heights: A case study in the Hellenic islands. Journal of Geodesy, 86(6), 423–439. https://doi.org/10.1007/s00190-011-0530-7

Kovalevsky J, Mueller II, & Kolaczek B. (1989). Reference Frames In Astronomy And Geophysics (Vol. 154). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-009-0933-5

Krakiwsky, E. J., & Wells, D. E. (1971). COORDINATE SYSTEMS IN GEODESY.

Liang, W., Li, J., Xu, X., Zhang, S., & Zhao, Y. (2020). A High-Resolution Earth's Gravity Field Model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, Satellite Altimetry, and EGM2008. Engineering, 6(8), 860–878. https://doi.org/10.1016/j.eng.2020.05.008

Mäkinen, J. (2021). The permanent tide and the International Height Reference Frame IHRF. Journal of Geodesy, 95(9). https://doi.org/10.1007/s00190-021-01541-5

Mäkinen, J., & Ihde, J. (2009). The Permanent Tide in Height Systems.

Marotta, G. S. (2020). Adjustment of a regional altimetric network, in Brazil, to estimate normal heights and geopotential numbers. Boletim de Ciencias Geodesicas, 26(1). https://doi.org/10.1590/s1982-21702020000100002

Mccarthy D. (1992). IERS Standards, IERS Technical Note 13.

McCarthy D. (1996). IERS Conventions, IERS Technical Note 21.

México, E. (2021). Estaciones de gravedad absoluta. www.inegi.org.mx

Morelli C. (1999). The contributions of the International Gravimetric Commission (IGC) to global surface-gravity determinations. Bollettino Di Geofisica Teorica ed Applicata, 40, 165–177.

Morelli C., Gantar C, McConnell RK, Szabo B, & Uotila U. (1972). THE INTERNATIONAL GRAVITY STANDARDIZATION NET 1971 (IGSN71).

Moritz, H. (1980). Geodetic reference system 1980. Bulletin géodésique, 54, 395–405. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/BF02521480

Naciones Unidas. (2015). Marco de referencia geodésico mundial para el desarrollo sostenible.

Nyoka, C. J., Din, A. H. M., Pa'suya, M. F., & Omar, A. H. (2022). A combined regional Geopotential Model using optimized global Gravity Field Solutions. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 1051(1), 012001. https://doi.org/10.1088/1755-1315/1051/1/012001

Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., & Factor, J. K. (2012). The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 117(4). https://doi.org/10.1029/2011JB008916

Plag, H.-P., & Pearlman, M. (2009). Global Geodetic Observing System (H.-P. Plag & M. Pearlman, Eds.). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-02687-4

Poutanen, M., & Rózsa, S. (2020). IAG Resolutions at the XXVII IUGG General Assembly 2019 Resolution 1: The International Terrestrial Reference Frame (ITRF) - The Geodesist's Handbook 2020. Journal of Geodesy, 94(109), 78–80. https://doi.org/doi.org/10.1007/s00190-020-01434-z

Poutanen M, & Rózsa S. (2020). The Geodesist's Handbook 2020-IAG Resolutions at the XXVII IUGG General Assembly 2019 Resolution 1: The International Terrestrial Reference Frame (ITRF). Journal of Geodesy, 94, 78. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s00190-020-01434-z

Rapp, R. H. (1993). World Height System Definition and Implementation OSU89A/B gravity model development View project. https://www.researchgate.net/publication/235029903

Reguzzoni, M., Venuti, G., de Lacy, M. C., Carrion, D., Barzaghi, R., Borque, M. J., Gil, A. J., & Vaquero, P. A. (2019). The Use of GNSS/levelling and gravity data for the spanish height system unification. International Association of Geodesy Symposia, 148, 165–171. https://doi.org/10.1007/1345_2017_14

Ribeiro, L. C., Guimaraes, G. D. N., & Oliveira Camargo, P. De. (2022). Contribution to the Establishment of the IHRF in the State of São Paulo. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 19. https://doi.org/10.1109/LGRS.2021.3071254

Sacerdote, F., Sansò, F., & Di Milano, P. (2001). W0 story of the height datum problem. https://www.researchgate.net/publication/281206530

Sánchez, L. (2012). Towards a vertical datum standardisation under the umbrella of Global Geodetic Observing System. Journal of Geodetic Science, 2(4), 325–342. https://doi.org/10.2478/v10156-012-0002-x

Sánchez, L. (2020). Sistema Internacional de Alturas IHRS (International Height Reference System).

Sánchez, L., Ågren, J., Huang, J., Wang, Y. M., Mäkinen, J., Pail, R., Barzaghi, R., Vergos, G. S., Ahlgren, K., & Liu, Q. (2021). Strategy for the realisation of the International Height Reference System (IHRS). Journal of Geodesy, 95(3). https://doi.org/10.1007/s00190-021-01481-0

Sánchez, L., Barzaghi, R., & Vergos, G. (2020). Infraestructura operacional para el Sistema Internacional de Alturas IHRS (International Height Reference System). https://ivscc.gsfc.nasa.gov/

Sánchez, L., Seemüller, W., Drewes, H., Mateo, L., González, G., da Silva, A., Pampilló, J., Martínez, W., Cioce, V., Cisneros, D., & Cimbaro, S. (2013). Long-Term Stability of the SIRGAS Reference Frame and Episodic Station Movements Caused by the Seismic Activity in the SIRGAS Region. International Association of Geodesy Symposia, 138, 153–161. https://doi.org/10.1007/978-3-642-32998-2_24

Sánchez, L., & Sideris, M. G. (2017). Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHRS). Geophysical Journal International, 209(2), 570–586. https://doi.org/10.1093/gji/ggx025

Sansò, F., Reguzzoni, M., & Barzaghi, R. (2019). The Height Datum Problem (pp. 117–138). https://doi.org/10.1007/978-3-030-10454-2_7

Sansò, F., & Venuti, G. (2002). The height datum/geodetic datum problem. Geophysical Journal International, 149(3), 768–775. https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2002.01680.x

Savchuk, S., & Fedorchuk, A. (2023). Methodology for local correction of the heights of global geoid models to improve the accuracy of GNSS leveling. Geodesy and Geodynamics. https://doi.org/10.1016/j.geog.2023.02.005

Sideris, M. G. (2021). Height Systems, Vertical Datums and Their Unification Encyclopedia of Solid Earth Geophysics.

Silva, V. C., Blitzkow, D., Vaz de Almeida Filho, F. G., Cancoro de Matos, A. C., & Guin. (2022). Computation and Analysis of Geopotential Number in São Paulo, Brasil. Earth Sciences Research, 26, 107–118.

SIRGAS. (2022). Sobre nosotros. https://sirgas.ipgh.org/organizacion/sobre-nosotros/.

SIRGAS, G. (2021). Guía para la selección de estaciones IHRF.

Sjöberg, L. E. (2018). On the geoid and orthometric height vs. quasigeoid and normal height. Journal of Geodetic Science, 8(1), 115–120. https://doi.org/10.1515/jogs-2018-0011

Subiza Piña Walter Humberto. (2024). Cálculo del número geopotencial IHRF de las estaciones UYPT y UYTA y su comparación con el datum vertical Cabildo-Uruguay Informe Técnico IGM03/2024-mayo 2024.

Tenzer, R., Vatrt, V., Abdalla, A., & Dayoub, N. (2011). Assessment of the LVD offsets for the normal-orthometric heights and different permanent tide systems - A case study of New Zealand. Applied Geomatics, 3(1), 1–8. https://doi.org/10.1007/s12518-010-0038-5

Timmen, L., Gitlein, O., Klemann, V., & Wolf, D. (2012). Observing Gravity Change in the Fennoscandian Uplift Area with the Hanover Absolute Gravimeter. Pure and Applied Geophysics, 169(8), 1331–1342. https://doi.org/10.1007/s00024-011-0397-9

Tocho, C. N., Antokoletz, E. D., & Piñón, D. A. (2020). Towards the Realization of the International Height Reference Frame (IHRF) in Argentina. International Association of Geodesy Symposia, 152, 11–20. https://doi.org/10.1007/1345_2020_93

Tocho, C., & Vergos, G. S. (2016). Estimation of the geopotential value w0 for the local vertical datumof argentina using EGM2008 and GPS/levelling data WLVD0. International Association of Geodesy Symposia, 271–279. https://doi.org/10.1007/1345_2015_32

Tokos, T. (2002). The Comparison of five adjustments of the Hungarian first order levelling network using geopotential values (Vol. 46, Número 2).

Torge, W. (2001). Geodesy (Gruyter, Ed.; 3rd ed.). 2001.

Van Camp, M., De Viron, O., Scherneck, H. G., Hinzen, K. G., Williams, S. D. P., Lecocq, T., Quinif, Y., & Camelbeeck, T. (2011). Repeated absolute gravity measurements for monitoring slow intraplate vertical deformation in western Europe. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 116(8). https://doi.org/10.1029/2010JB008174

Vidal-Vega, A. I., Trejo-Soto, M. E., Tocho, C. N., Romero-Andrade, R., & Nayak, K. (2024). Assessment of geoid models for geopotential values determination in Mexico'S continuous monitoring network. Journal of South American Earth Sciences, 148. https://doi.org/10.1016/j.jsames.2024.105192

Wang, Y. M., Li, X., Ahlgren, K., Krcmaric, J., Hardy, R., Véronneau, M., Huang, J., & Avalos, D. (2020). NOAA Technical Report NOS NGS 78 National Oceanic and Atmospheric Administration National Geodetic Survey.

Wilmes, H., Vitushkin, L., Pálinkáš, V., Falk, R., Wziontek, H., & Bonvalot, S. (2018). Towards the definition and realization of a global absolute gravity reference system. International Association of Geodesy Symposia, 147, 25–29. https://doi.org/10.1007/1345_2016_245

Wziontek, H., Bonvalot, S., Falk, R., Gabalda, G., Mäkinen, J., Pálinkáš, V., Rülke, A., & Vitushkin, L. (2021). Status of the International Gravity Reference System and Frame. Journal of Geodesy, 95(1). https://doi.org/10.1007/s00190-020-01438-9

Xu, P. (1992). A quality investigation of global vertical datum connection. Geophysical Journal International, 110(2), 361–370. https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1992.tb00880.x

Zakatov, P. (1997). Curso de Geodesia Superior.

Zingerle, P., Pail, R., Gruber, T., & Oikonomidou, X. (2020). The combined global gravity field model XGM2019e. Journal of Geodesy, 94(7). https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0